

Megmutatjuk, hogy a feladat kérdésére a válasz tagadó. Tegyük fel, hogy vannak olyan egész a, b, c számok, hogy mindkét egyenletnek két-két egész gyöke van: az első egyenlet egész gyökei $x_1 \neq x_2$, a másodiké $y_1 \neq y_2$. A gyökök és együtthatók összefüggése szerint

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{és} \quad y_1 + y_2 = -\frac{b+1}{a+1}; \quad y_1 y_2 = \frac{c+1}{a+1}.$$

Mivel az összegek és szorzatok is egész számok, így, ha a páros, akkor b és c is páros kell legyen, ha viszont a páratlan, akkor $(a+1)$ páros, tehát $(b+1)$ és $(c+1)$ is páros, azaz b és c is páratlan. Így két eset lehetséges:

a) a, b, c mind párosak.

Ekkor a második egyenlet y_1 (egész) gyökére teljesül, hogy

$$(a+1)y_1^2 + (b+1)y_1 = -(c+1).$$

A jobb oldalon páratlan szám áll. A bal oldal viszont az y_1 paritásától függetlenül mindig páros, ez pedig ellentmondás.

b) a, b, c mind páratlanok.

Ekkor az első egyenlet x_1 (egész) gyökére

$$ax_1^2 + bx_1 = -c.$$

A jobb oldal most is páratlan, míg a bal mindig páros. Tehát a *b)* eset sem lehetséges.

Hablicsek Márton (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 7. o.t.) *Varjú Péter* (Szeged, Radnóti M. Kísérleti Gimn., 10. o.t.)