

I. megoldás. Tekintsünk egy 2 egység élű $ABCD$ szabályos tetraédert. Legyen az élek felezőpontja E, F, G, H, I, J (1. ábra). Az $AEFG$ tetraéder például az $ABCD$ -nek A pontból történő $1 : 2$ arányú kicsinyítése, ezért szabályos, és élei egységnyiek. Hasonlóan kaphatók a B, C és D csúcsú kicsinyített tetraéderek. Könnyen belátható, hogy $EFGHIJ$ egy egységnyi élű szabályos oktaéder. Élei ugyanis mind egységnyiek, mind a 8 lapja szabályos háromszög, tehát élszögei egyenlők és lapszögei is egyenlők, mert mindegyikük a szabályos tetraéder lapszögének kiegészítő szöge.

Így a 2 egység élű szabályos tetraédert 4 szabályos tetraéderre és egy szabályos oktaéderre daraboltuk fel. Megfordítva, az is igaz, hogy 4 egybevágó szabályos tetraéderből és egy velük egyező élű szabályos oktaéderből egy kétszer akkora élű szabályos tetraéder rakható össze.

A **Gy. 3221.** (KöMaL 1999/3. szám, 151. oldal) gyakorlatban bebizonyítottuk, hogy 6 egybevágó szabályos oktaéderből és 8 velük egyező élű szabályos tetraéderből össze lehet rakni egy kétszer akkora élű szabályos oktaédert.

Ezután a feladat állítását a következőképpen igazolhatjuk. Rakjunk össze szabályos tetraéderekből és oktaéderekből kétszer akkora élű tetraédereket és oktaédereket. Ezt folytatva négyszer, nyolcszor, ... akkora élű, tehát tetszőlegesen nagy élű szabályos oktaéder építhető.

Horváth László (Csurgó, Nagyváthy Középiskola, 11. o.t.) és *Varjú Péter* (Szeged, Radnóti M. Gimn., 10. o.t.)

dolgozata alapján

II. megoldás. Illesszünk össze két szabályos oktaédert úgy, hogy egyik élük közös, és a 2. ábrán A_1 -gyel, illetve B_1 -gyel jelölt csúcsok távolsága éppen az élhossz legyen. Az elhelyezés révén $A_1A_2 \parallel B_1B_2 \parallel C_1C_2$, ezért az $A_1A_2B_2$ háromszög és a $B_1B_2C_2$ háromszög egy síkban van. Ugyanebben a síkban van az $A_1B_1B_2$ háromszög is. Hasonló mondható az $A_1B_1B_3$ háromszögről, ez az $A_1A_3B_3$ és a $B_1B_3C_3$ háromszögekkel van egy síkban. Ebből következik, hogy az $A_1B_1B_2B_3$ tetraéder szabályos, és illeszkedik két szabályos oktaéderhez.

Hasonlóan helyezkedik el a két oktaéder között az $A_4B_4B_3B_4$ szabályos tetraéder. Így az oktaéderek közötti „résekbe” szabályos tetraédereket illeszthetünk, amit vég nélkül folytatva egy végtelen hasáb jön létre. A hasábot egy, az A_1B_1 -re merőleges sík rombuszban metszi. Mivel a metsző sík hézag és átfedés nélkül lefedhető ilyen rombuszokkal, a tér is kitölthető hézag és átfedés nélkül a szóban forgó végtelen hasábokkal.

Ambrus Gergely (Szeged, Radnóti M. Gimn., 10. o.t.) és *Venter György* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

dolgozata alapján

