

Írjuk fel a számtani és a négyzetes közép közötti egyenlőtlenséget az $|a|$, $|1-b|$; $|b|$, $|1-c|$; $|c|$, $|1-a|$ számpárookra:

$$\sqrt{\frac{a^2 + (1-b)^2}{2}} \geq \frac{|a| + |1-b|}{2} \geq \frac{a + 1 - b}{2}, \sqrt{\frac{b^2 + (1-c)^2}{2}} \geq \frac{|b| + |1-c|}{2} \geq \frac{b + 1 - c}{2}, \sqrt{\frac{c^2 + (1-a)^2}{2}} \geq \frac{|c| + |1-a|}{2} \geq \frac{c + 1 - a}{2}$$

E három egyenlőtlenség $\sqrt{2}$ -szeresét összeadva éppen a kívánt állítást kapjuk.

Az egyenlőségnek az a feltétele, hogy külön-külön mindenütt egyenlőség álljon, azaz $|a| = |1-b|$, $|b| = |1-c|$, $|c| = |1-a|$ és $a, b, c \geq 0$ teljesüljön. Ez pontosan azt jelenti, hogy $a = b = c = \frac{1}{2}$.

Horváth 472 András (Szeged, JATE Ságvári E. Gyak. Gimn., 12. o.t.)