

Az $ABCD$ paralelogrammában legyen $AD = BC = 4$ cm, $AB = CD = 7$ cm, $BD = x$, $AC = x + 2$, az A csúcsnál lévő hegyesszög α . Az ABD és ABC háromszögre írjuk fel a koszinusztételt:

$$x^2 = 4^2 + 7^2 - 2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \cos \alpha, \quad \text{illetve } (x + 2)^2 = 4^2 + 7^2 - 2 \cdot 4 \cdot 7 \cos(180^\circ - \alpha).$$

Mivel $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$, a két egyenlet megfelelő oldalait összeadva kapjuk, hogy

$$(1) \quad x^2 + (x + 2)^2 = 2(4^2 + 7^2).$$

Az egyenletet rendezve az

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

másodfokú egyenletet kapjuk, ahonnan $x = 7$ (a másik gyök negatív) és $x + 2 = 9$ a két átló hossza.

Fiedler Ágnes (Esztergom, Sz. István Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzések. Az (1) egyenletet rögtön felírhatjuk az úgynevezett paralelogramma tétel ismeretében, ami azt mondja ki, hogy a paralelogramma átlóinak négyzetösszege egyenlő a négy oldal négyzetösszegével. Ezt többen (jogosan) fel is használták, mint ismert tételt.

2. A feladatot megoldhatjuk a Pitagorasz-tétel, vagy a Heron-képlet felhasználásával is. Ezek a megoldások jóval bonyolultabbak.

