

Jelöljük a hasáb csúcsait az *ábrán* látható módon O, A, B, C, D, E, F, G -vel. Legyen $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$ és $\overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$. Ekkor $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ és $\mathbf{c}$ lineárisan független vektorok. Mivel a D csúcs az OAB síkban van, azért vannak olyan 0-tól különböző x, y számok, amelyekre $\overrightarrow{OD} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b}$. A hasáb tulajdonságából következik, hogy $\overrightarrow{OE} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$, $\overrightarrow{OG} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ és $\overrightarrow{OF} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + \mathbf{c}$.

Ismert, hogy ha az O -ból egy KL szakasz végpontjaiba mutató vektorok $\mathbf{k}$ és $\mathbf{l}$, akkor a szakasz tetszőleges N pontja esetén az $\overrightarrow{ON}$ vektor felírható $\alpha\mathbf{k} + (1 - \alpha)\mathbf{l}$ alakban, ahol α 0 és 1 közti valós szám. Legyen a hasáb testátlójának metszéspontja M . Mivel M rajta van az AG átlón, azért van olyan β szám, amelyre

$$(1) \quad \overrightarrow{OM} = \beta \cdot \overrightarrow{OA} + (1 - \beta)\overrightarrow{OG} = \beta \cdot \mathbf{a} + (1 - \beta)(\mathbf{b} + \mathbf{c}).$$

De M rajta van a BE és az OF átlókon is, ezért vannak olyan γ és δ számok, amelyekre

$$\overrightarrow{OM} = \gamma \cdot \overrightarrow{OB} + (1 - \gamma)\overrightarrow{OE} = (1 - \gamma)\mathbf{a} + \gamma\mathbf{b} + (1 - \gamma)\mathbf{c} \quad \text{és} \quad (2) \overrightarrow{OM} = \delta \cdot \overrightarrow{OF} = \delta(x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + \mathbf{c}). \quad (3)$$

Az $\overrightarrow{OM}$ -et viszont egyértelműen lehet felírni a lineárisan független $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ és $\mathbf{c}$ vektorok kombinációjaként, azért az (1), (2) és (3) egyenletekben $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, illetve $\mathbf{c}$ együtthatói rendre ugyanazok a valós számok lesznek; tehát

$$\beta = 1 - \gamma = \delta \cdot x, 1 - \beta = \gamma = \delta \cdot y, 1 - \beta = 1 - \gamma = \delta.$$

Ezen egyenletekből nyilvánvalóan következik, hogy $x = y = 1$, azaz $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$, ami azt jelenti, hogy a hasáb alaplappja paralelogramma, tehát a hasáb paralelepipedon.

Székelyhidi Gábor (Kuwait, New English School, 11. o.t.) dolgozata alapján

