

9×9 -es helyett általában olyan „sakktáblán” bizonyítjuk az állítást, amelynek oldalai (a mezők élhosszában mérve) páratlan hosszúságúak. Vezessünk be egy a sakkjátékban használatoshoz hasonló koordinátarendszert a tábla mezőinek jelölésére; eszerint a „bal alsó” mező koordinátái $(1, 1)$, az eggyel fölötte levőé $(1, 2)$ stb.

Szemeljük ki az egyik lefedő dominót, és jelöljük a két négyzetét 1-gyel és 2-vel (*1. ábra*). Az ábrán *-gal jelöltük meg azt a dominónkkal élszomszédos egyetlen mezőt, amelynek az 1-es mezővel nincs közös csúcsa. Ha ez nem éppen az üres sarok, akkor öt pontosan egy dominó fedi le. Nevezzük ezt a kiszemelt dominó rákövetkezőjének, és számozzuk a *-gal jelölt mezőjét 1-gyel, a másikat 2-vel.

(1) A továbbiakban megmutatjuk, hogy ha egy olyan dominót szemelünk ki, amely a tábla egyik sarkát – pl. az $(1, 1)$ koordinátájút – fedi le, és a saroknál lévő mezője az 1-es, akkor képezve ennek rákövetkezőjét, a rákövetkező rákövetkezőjét stb., végül az üres sarok lesz az eljárásban *-gal jelölendő mező, amelynél a dominók eme sorozatának képzése szükségképpen megakad.

Ha állításunkkal szemben nem ez a helyzet, akkor a láncban mindegyik dominónak van rákövetkezője, és egyszer olyan dominót kapunk rákövetkezőként, amely már korábban előfordult a sorozatban; a *2. ábra* ábrázolja azt a helyzetet, amikor ez az ismétlődés először bekövetkezik.

A rákövetkezési sorrendben „kört” alkotó dominókból álló alakzatot foglaljuk bele abba a legkisebb téglalapba, amelynek oldalai az eredeti tábla éleivel párhuzamosak (az ábrán ez a vastag vonallal határolt téglalap).

Mivel a dominók részeinek számozása összhangban van a sakktábla szokásos színezésével (pl. az 1-es mezők mindig fehérek, a 2-esek pedig feketék), azért az ábrából látható, hogy a befoglaló téglalap mindkét oldala páratlan hosszúságú, ezért a – mezőkben mért – területe páratlan. Ebből a területből kivonva a — jellel ellátott téglalapok összterületét, a dominók által közrezárt területhez jutunk. Világos, hogy a dominók páros mérőszámú területet fednek le, hiszen mindegyik dominó területe 2 egység. Látható továbbá, hogy a dominók alkotta „töröttvonal” töréspontjai mindig 1-es jelű mezőben vannak, ezért a levonandó téglalapok területe páros (szemköztes csúcsaik azonos színűek). Ezzel azt kaptuk, hogy a dominókör által bekerített (az ábrán vonalkázással jelölt) rész páratlan sok mezőt tartalmaz. Így lennie kell a bekerített részen olyan mezőnek, amelyet nem fed le dominó. Ez azonban lehetetlen, mivel mindegyik belső mező le van fedve (egyedül az egyik sarok fedetlen). Az (1) állítást ezzel igazoltuk.

Jelölje ezután $D_1, D_2, \dots, D_t$ azt a dominósorozatot, amelyben D_1 1-es mezője az $(1, 1)$ sarok, D_i rákövetkezője D_{i+1} ($i = 1, 2, \dots, t-1$), és D_t -nek nem létezik rákövetkezője, azaz (az 1. ábra jelöléseivel) D_t 2-es jelű mezőjének *-gal jelölendő élmenti szomszédja a tábla egyetlen fedetlen sarokmezője. Így D_t eltolható úgy, hogy az eredetileg D_t által lefedett 1-es mező legyen üres. Az eljárást ezzel az üres mezővel és D_{t-1} -gyel folytatjuk, s.í.t.; végül $(1, 1)$ lesz fedetlen.

Máthé András (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gimn., 10. o.t.)

