

Jelölje f_i a Fibonacci-sorozat i -edik elemét, azaz $f_0 = f_1 = 1$, $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$.

A Fibonacci-sorozat értelemszerűen kiterjeszthető negatív indexekre is ($f_{-1} = 0$, $f_{-2} = 1$, $f_{-3} = -1$ stb).

Bebizonyítjuk a következőt: (f_n) m szerint vett maradékai periodikusak (minden $m > 1$ -re).

Tekintsük ugyanis az (f_i, f_{i+1}) ($i \in \mathbf{Z}$) rendezett párokat modulo m . Közülük véges sok, legfeljebb m^2 különböző lehetséges, így létezik olyan $i < j$, amelyre $f_i \equiv f_j$ és $f_{i+1} \equiv f_{j+1} \pmod{m}$. Innen nyilván $f_{i-1} \equiv f_{j-1}$ és $f_{i+2} \equiv f_{j+2}$ adódik a rekurzióból, ezért teljes indukcióval azt kapjuk, hogy (f_n) az m szerint vett maradékra nézve periodikus (mindkét irányban!) a $j - i$ periódussal.

Ekkor végtelen sok pozitív j van, amelyre $-1 = f_{-3} \equiv f_j \pmod{1\,000\,000}$, és $j > 0$ esetén $f_j > 0$; vagyis f_j a 10-es számrendszerben felírva 6 darab 9-esre végződik.