Jelölje G_n azt az irányított gráfot, amelynek a csúcsai A_0, A_1, $\ldots$, A_n, az élei pedig: A_i-ből A_{i+2}-be megy egy él, A_i-ből A_{i+3}-ba pedig 1998 darab él megy, minden szóbajövő i esetére. Jelölje az $\overrightarrow{A_0A_n}$ irányított utak számát b_n.

Látható, hogy $a_2 = b_0 = 1$, $a_3 = b_1 = 0$, $a_4 = b_2 = 1$. Legyen a továbbiakban $n \geq 3$. Ekkor A_n-be el lehet jutni (irányított út mentén) A_{n-2}-ből egyféleképpen, A_{n-3}-ból pedig 1998-féleképpen. Mivel minden $\overrightarrow{A_0A_n}$ útnak érintenie kell A_{n-2}-t vagy A_{n-3}-at, így $b_n = b_{n-2} + 1998b_{n-3}$; tehát $b_n = a_{n+2}$. Ezek szerint a $b_{2n-3} = 2b_{n-1}b_{n-2} + 1998b_{n-3}^2$ összefüggést kell igazolni.

Az A_{2n-3}-ba vezető utak a következők lehetnek:

a) A_{n-1}-en keresztül menő;

b) A_{n-2}-n keresztül menő;

c) sem A_{n-1}-et, sem A_{n-2}-t nem érintő.

Nyilván minden út e három fajta közül pontosan az egyikbe tartozik. Az a), ill. b) típus nyilván $b_{n-1}b_{n-2}$, ill. $b_{n-2}b_{n-1}$ utat tartalmaz. Ha egy út c)-típusú, akkor át kell haladnia A_{n-3}-on és A_n-en is; az ilyen utak száma ezért $b_{n-3} \cdot 1998 \cdot b_{n-3}$. Tehát $b_{2n-3} = b_{n-1}b_{n-2} + b_{n-2}b_{n-1} + b_{n-3} \cdot 1998 \cdot b_{n-3}$, ami éppen a feladat állítása.

Kun Gábor (Bp., Piarista Gimn., 12. o.t.) *Lukács László* (Miskolc, Földes F. Gimn., 11. o.t.)