

Megmutatjuk, hogy a sokszög oldalainak száma  $n$ -nek egész számú többszöröse.

Tudjuk, hogy szimmetriatengelyt szimmetriatengelyre tükrözve ismét szimmetriatengelyt kapunk (mert az alakzat első tengelyre vonatkozó tükörképe szimmetrikus a második tengely tükörképére). Ezért az  $n$  darab szimmetriatengelynek egy ponton kell átmennie, mert ha valamelyik három egy háromszöget alkotna, akkor ezt a háromszöget az oldalaira tükrözve, majd az így kapott háromszögek oldalegyeneseit akárhányszor továbbtükrözve végtelen sok szimmetriatengelyt kapnánk, ami ellentmondás. Ugyanezen okból következik az is, hogy az  $n$  szimmetriatengely  $2n$  darab egyenlő szögtartományra bontja a síkot.

Egy szimmetriatengely a sokszög területét csak annak valamelyik csúcsában vagy valamelyik oldalának felezőpontjában metszheti, mert egyébként az elmetasztott oldalt a metsző tengelyre tükrözve nem kaphatnánk meg a sokszög egyik oldalát sem (hiszen azok nem metszik egymást belső pontban). Viszont a tengelyek által meghatározott  $2n$  tartomány mindegyike ugyanannyi „féloldal” tartalmaz, ezért e tartományok tükrözésekkel egymásba vihetők. Így, ha az egyik tartományban  $k$  darab „féloldal” van, akkor a sokszögnek összesen  $2n \cdot \frac{k}{2} = n \cdot k$  oldala van.

Másrészt egy szabályos  $n$ -szögből kiindulva – aminek pontosan  $n$  darab szimmetriatengelye van – könnyen konstruálhatunk minden  $k$  pozitív egészhez olyan  $k \cdot n$  oldalú sokszöget, aminek pontosan  $n$  szimmetriatengelye van. Ha  $k$  páros, akkor a 2., ha pedig  $k$  páratlan, akkor a 3. ábrán látható, hogyan képezhető egy-egy megfelelő sokszög.

*Terpai Tamás* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján

