

Legyen a kocka éle a hosszúságú, és legyen a kocka két kitérő éle AB és CD (a B és C csúcsok vannak egymás felett). Továbbá legyen a két egységnyi hosszúságú szakasz PQ (az AB élen) és XY (a CD élen). Vizsgáljuk meg, hogy mi történik, ha a PQ szakaszt mozgatjuk AB -n és XY -t rögzítjük. A PQX háromszög magassága a PQ egyenes és az X pont távolsága, ami ugyanaz, mint az AB egyenes és az X pont távolsága, tehát állandó. Ehhez a magassághoz tartozó alap is nyilván állandó (egységnyi), tehát a PQX háromszög területe állandó. A PQX háromszög mindig ugyanabban a síkban (az ABX síkban) van, és mivel a $PQXY$ tetraéder magassága ennek a síknak és Y -nak a távolsága, ezért a tetraéder magassága állandó. Már beláttuk, hogy a tetraéder alapterülete sem változik, ezért a tetraéder térfogata is állandó.

Ugyanígy járhatunk el, ha PQ -t rögzítjük és XY -t mozgatjuk. Tehát ha a két szakasz tetszőleges helyzetéből indulunk ki, akkor előbb PQ -t, utána XY -t mozgatva eljutunk egy azonos térfogatú tetraéderhez, amelyben P egybeesik B -vel, és X egybeesik C -vel. A tetraéder PQX alapterülete $a/2$ és a magassága 1 (az XY szakasz hossza). Ebből következik, hogy a tetraéder térfogata a szakaszok tetszőleges helyzetében $a/6$.

Székelyhídi Gábor (Kuwait, New English School, 11. o.t.)

