

Megmutatjuk, hogy az $(1 - xy)^2 + x^2$ polinom értékkészlete a $(0, +\infty)$ intervallum. Nyilván $(1 - xy)^2 + x^2 \geq 0$. Másrészt $(1 - xy)^2 + x^2 = 0$ csak akkor teljesülhetne, ha $1 - xy = 0$ és $x = 0$. Viszont $x = 0$ esetén $1 - xy = 1$. Tehát $(1 - xy)^2 + x^2 > 0$. Végül belátjuk, hogy minden $k > 0$ valós számhoz létezik olyan x, y számpár, amelyre $(1 - xy)^2 + x^2 = k$. Legyen ugyanis $x = \sqrt{k}$ és $y = \frac{1}{\sqrt{k}}$. Ekkor $(1 - xy)^2 + x^2 = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{k}}\sqrt{k}\right)^2 + \left(\sqrt{k}\right)^2 = k$. Ezzel állításunkat beláttuk.

Juhász András (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzés. A jó megoldások mindegyike konstruktív volt, összesen 5-féle különböző polinomot mutattak a beküldők. A többiek a kétváltozós függvényekre helytelenül alkalmazták a felsőbb analízis eszközeit.