

Tekintsük a következő két halmazt:

$$S = \{2, 3, 4, 7, 8, 9, 10\}, \quad R = \{0, 1, 5, 6\}.$$

Legyen a t -edik lépés után megmaradó kavicsok száma n_t , az n_t 11-gyel való osztási maradéka pedig m_t .

Nézzük azt az esetet, amikor $m_t \in S$. Ha $m_t \in \{2, 3, 7, 8\}$, akkor $n_t \geq 2$. Ekkor 2 kavicsot elvéve a halmazból, azt kapjuk, hogy $m_{t+1} \in R$.

$m_t \in \{4, 9\}$ esetén $n_t \geq 4$, így ha 3 kavicsot veszünk el a halmazból, akkor $m_{t+1} \in R$. Egyetlen eset marad hátra: $m_t = 10$. Ekkor 9 kavicsot elvéve a halmazból, kapjuk, hogy $m_{t+1} \in R$. Tehát ha $m_t \in S$, akkor mindig tudunk úgy lépni, hogy $m_{t+1} \in R$ legyen. Könnyen látható, hogy ha $m_t \in R$, akkor bármit lépünk, mindenképpen $m_{t+1} \in S$. Összefoglalva: $m_0 \in S$ esetén a kezdő tud úgy játszani, hogy minden lépése előtt a kavicsok számának 11-es maradéka az S halmazba essen. Így ő mindig tud lépni, tehát ekkor ő nyer. Hasonló meggondolással adódik, hogy $m_0 \in R$ esetén a második játékos nyer. A mi esetünkben:

$$m_0 \equiv (923)^k \equiv (-1)^k \pmod{11}.$$

Tehát, ha k páratlan, akkor a kezdőnek, különben pedig a második játékosnak van nyerő stratégiája.

Székelyhidi Gábor (Kuwait, New English School, 11. évf.) dolgozata alapján