

Legyen az $ABCD$ tetraéder ABC és ABD lapjának lapszöge tompaszög. D -ből az ABC lap S síkjára állított merőleges a síkot D' -ben metszi (1. ábra). Mivel a két lap tompaszöget zár be, D' az S síkban az AB egyenes másik partjára esik, mint C . Ezért a DD' magasságvonal – a D ponttól eltekintve – a tetraéderen kívül halad. Hasonló mondható el a C csúcsból húzott magasságvonalról. Ha a tetraéder DC élére illeszkedő lapok is tompaszöget zárnak be, akkor az A és B csúcsokból húzott magasságok is a testen kívül haladnak. Ilyen tetraéder létezik. A 2. ábra $ABCD$ tetraéderének AB és CD szemközti élpárja legyen pl. 6 egység hosszú, és mindkettő párhuzamos a rajz síkjával, távolságuk legyen 1 egység, és a vetületük négyzet. Az AB , illetve CD éleknél keletkező α lapszög felére $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{1}$, ezért a lapszögek tompaszögek.

Ha az AB és CD szemközti éleknél keletkező lapszögek egyike tompaszög, a másik pedig hegyesszög, akkor pontosan két magasság halad a testen kívül. Ilyen tetraédert kapunk, ha az előbbi konstrukcióban AB -t 2 egységnél kisebbnek vesszük, minden egyéb adatot változtatlanul hagyva.

Megmutatjuk, hogy pontosan három olyan magasságvonal is lehet, amelyik a tetraéderen kívül halad. A 3. ábrán ABC szabályos háromszög, a D csúcs vetülete a háromszög középpontja, F a BC él felezőpontja. A D -ből húzott magasságvonalnak van egy szakasza a testen belül. Ha az ADF tompaszög, a másik három magasságvonal a testen kívül halad.

A szabályos tetraédernek egyik magassága sem halad a testen kívül.

Hátravan még annak az esetnek a vizsgálata, hogy pontosan egy magasságvonal haladhat-e a tetraéderen kívül. Erre nemleges választ adunk. Az 1. ábra alapján látható, hogy ha D' az ABC háromszögön kívüli pont, akkor legalább egy lapszög tompaszög, és lesz legalább még egy, a testen kívül haladó magasság.

Összegezve megállapíthatjuk, hogy a tetraéder 0, 2, 3 vagy 4 magasságvonala haladhat a testen kívül.

Máthé András (Bp., Apáczai Csere J. Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján

