

Szemeljük ki a társaság egyik tagját. Visszaülés után az eredeti ülésrendhez képest két másik szomszédja lett, így a társaság legalább öttagú volt. Megmutatjuk, hogy ha a társaság legalább öttagú, akkor lehetséges a feladatban megfogalmazott módon le tudnak ülni egy kerek asztal köré.

Legyen a társaság létszáma $2n + 1$, illetve $2n + 2$, attól függően, hogy páratlan vagy páros sokan vannak. Jelöljük a tagokat az eredeti ülésrendben a következőképpen:

$$b_n, b_{n-1}, \dots, b_1, b_1, a, c_1, c_2, \dots, c_{n-1}, c_n, (d)$$

ahol a a kiszemelt tag és d akkor szerepel, ha a létszám páros. Amikor visszaülnek, azaz a leül valahova, legyenek a szomszédai b_2 és c_2 . Ezek után rendre (az a -tól távolodó sorrendben) b_i mellé üljön c_{i+1} , és c_i mellé üljön b_{i+1} ($i = 2, 3, \dots, n + 1$). Most az ülésrend:

$$\dots, b_n, \dots, b_4, c_3, b_2, a, c_2, b_3, c_4, \dots, c_n, \dots$$

Amikor a sor végére érünk, c_n mellé üljön b_1 , és b_n mellé c_1 . Ha d nem szerepel, akkor ezzel befejeztük az ültetést, egyébként d -t b_1 és c_1 közé ültetjük.

Most a -nak és d -nek is más szomszédai vannak, mint előbb. A továbbiakban még a b_i -k, illetve c_i -k szomszédait kell megnézni. A szimmetria miatt elegendő az egyikükét, pl. a b_i -ket. Eredetileg az i szomszédai: b_{i-1} és b_{i+1} , vagy (ha $i = n$ és a társaság létszáma páratlan, akkor) c_n voltak. Visszaülés után viszont b_i szomszédjai c_{i-1} és c_{i+1} (vagy ha $i = n$ és a társaság létszáma páratlan) c_1 lesznek. Tehát a visszaülésnél valóban mindenkinek más szomszédai lesznek.

$n = 5$ esetben könnyű megadni az ülésrendeket.

Az első esetben pl.

a második esetben:

Megjegyzés. A megoldás során mi megkonstruáltunk egy megfelelő ülésrendet, s ezzel beláttuk, hogy lehetséges volt az, hogy a társaság tagjai véletlenül éppen úgy ültek le, ahogy azt a feladat szövege elmondta.

