

Színezzük ki ugyanígy egy másik, ugyanekkora méretű szabályos  $n$ -szöget is. Rakjuk ezt az  $n$ -szöget az eredeti fölé úgy, hogy azonos színű csúcsok kerüljenek egymásra. Ezután forgassuk el a felső sokszöget rendre  $\frac{2\pi}{n}$ ,  $\frac{4\pi}{n}$ ,  $\frac{6\pi}{n}$ ,  $\dots$ ,  $(n-1)\frac{2\pi}{n}$  szöggel. A  $j \cdot \frac{2\pi}{n}$  szögű forgatás során néhány piros csúcs kék csúcs fölé került: legyen ezek száma  $k_j$ .

$k_1 + k_2 + \dots + k_{n-1} = p(n-p)$ , mivel minden piros csúcs  $n-p$  esetben került kék csúcs fölé. A  $k_1, k_2, \dots, k_{n-1}$  számok közül vegyük a legnagyobbat, legyen ez  $k_t$ . Ekkor:

$$(n-1)k_t \geq k_1 + k_2 + \dots + k_{n-1} = p(n-p).$$

Ebből:  $k_t \geq \frac{p(n-p)}{n-1}$ . Felhasználva, hogy  $p < \frac{n+1}{2}$ , kapjuk:

$$k_t \geq \frac{p(n-p)}{n-1} > \frac{p\left(n - \frac{n+1}{2}\right)}{n-1} = \frac{p}{2} \geq \left\lfloor \frac{p}{2} \right\rfloor.$$

$k_t$  egész, tehát:

$$k_t \geq \left\lfloor \frac{p}{2} \right\rfloor + 1.$$

Jelöljük meg a  $t \cdot \frac{2\pi}{n}$  szögű forgatás során a piros csúcsok alá került kék csúcsokat, és a felettük lévő piros csúcsokat. Így két egybevágó, legalább  $\left\lfloor \frac{p}{2} \right\rfloor + 1$  csúcsú sokszöghöz jutunk, amelyek közül az egyiknek minden csúcsa piros, a másiknak minden csúcsa kék. Ezzel a feladat állítását igazoltuk.

*Terpai Tamás* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján