

Legyen  $p = \frac{a}{b}$ ,  $q = \frac{b}{c}$ ,  $r = \frac{c}{d}$  és  $s = \frac{d}{a}$ . Ekkor a két egyenlet:

$$p + q + r + s = 6 \quad \text{és} \quad pq + qr + rs + sp = 8.$$

A második egyenletet szorzattá alakíthatjuk:  $(p+r)(q+s) = 8$ . Ekkor a  $p+r = x$  helyettesítéssel az első egyenletből  $q+s = 6-x$ , így a második egyenletből  $x(6-x) = 8$ , azaz  $-x^2 + 6x - 8 = 0$ , így

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-8)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-6 \pm 2}{-2},$$

vagyis a keresett összeg értéke 2, illetve 4 lehet.

Természetesen csak akkor teljes a megoldásunk, ha mutatunk olyan  $a, b, c, d$  számokat, amelyekre a keresett összeg valóban 2, illetve 4. Legyen először  $a = b = 1$ ,  $c = d = 2 - \sqrt{3}$ , a másik esetben pedig  $a = d = 2 + \sqrt{3}$ ,  $b = c = 1$ .

*Papp Dávid* (Budapest, Szent István Gimn., 10. évf.)