

A párhuzamosan kapcsolt rugók eredő direkciós ereje:

$$d_p = \sum_{i=1}^N d_i,$$

a sorba kapcsolt rugóké pedig

$$d_s = \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i} \right)^{-1}.$$

Tekintsük a

$$P(x) = \sum_{i=1}^N \left(\sqrt{d_i} - \frac{x}{\sqrt{d_i}} \right)^2 = ax^2 + bx + c \geq 0$$

polinomot! Ennek legfeljebb 1 gyöke lehet ($x = d_1 = d_2 = \dots = d_N$), a diszkriminánsa tehát nem pozitív: $b^2 \leq 4ac$, azaz

$$1 \leq \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i \right) \cdot \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{d_i} \right).$$

Ez a számtani és a harmonikus közepekre vonatkozó egyenlőtlenség, melyből következik, hogy a rugók száma:

$$N \leq \sqrt{\frac{d_p}{d_s}} = \sqrt{\frac{1874}{52}} = 6.$$

Szamosújvári Ilona (Bp., ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 11. o.t.) és *Varjú Péter* (Szeged, Radnóti M. Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. A számtani és a harmonikus közepek akkor egyenlőek, ha valamennyi d_i megegyezik, tehát a rugók egyforma erősek. Ha a feladat szövegében szereplő „különbéle rugó” kifejezést úgy értjük, hogy a rugók adatai határozottan különböznek, akkor N „matematikailag” legfeljebb 5 lehet. Vegyük figyelembe azonban azt a tényt is, hogy a fizikai mennyiségek nagysága mindig valamilyen pontossággal megadott, kerekített számérték, s a rugók (vagy más jellemző adatok) egyenlőségét vagy különbözőségét csak a megadott pontosságon belül szabad vizsgálnunk. Pl. a 309, 310, 311, 313, 314 és 315-ös számok összege 1872, a reciprokaik összegének reciproka pedig $51,997 \approx 52,00$, ezek a számok tehát eleget tesznek a feladat követelményeinek, jóllehet nincs közöttük két egyforma.

Békási Sándor (Budapest, Veres Péter Gimn., 11. o.t.)