

Tekintsük az egyik dipólt $\pm q_1$ nagyságú, egymástól ℓ távol elhelyezkedő pontszerű töltésekből álló rendszernek, melynek dipólnyomatéka $p_1 = q_1 \ell$, s hasonlóan a másik dipólt $\pm q_2$ és $p_2 = q_2 \ell$ jellemzőkkel.

A két dipól kölcsönhatási energiáján azt az energiát értjük, ami ahhoz kell, hogy őket a végtelenből a megadott távolságra közelítsük, azaz az egyik dipól töltéseinek a másik dipól töltései terében vett potenciális energiáját. (Egy-egy dipólt alkotó töltések egymás terében vett potenciális energiáját a dipól „sajátenergiájának” nevezzük; ennek nagysága a feladat szempontjából érdektelen.)

Vizsgáljuk meg az *ábrán* látható elrendezést, melyben a dipólok irányítása megegyezik, távolságuk pedig r ($r \gg \ell$). A dipólok kölcsönhatási energiája

$$W_1 = kq_1q_2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+\ell} + \frac{1}{r} - \frac{1}{r-\ell} \right) = -2k \frac{(q_1\ell) \cdot (q_2\ell)}{r(r^2 - \ell^2)} \approx -2k \frac{p_1p_2}{r^3},$$

a megadott számadatokkal $W_1 = -8 \cdot 10^{-4}$ J.

Ha valamelyik dipólt megfordítjuk, az a töltéseinek előjelváltásával egyenértékű, ekkor tehát a kölcsönhatási energia is előjelet vált, $W_2 = +8 \cdot 10^{-4}$ J lesz.

Belkovits Katalin (Marosvásárhely, Bolyai Farkas Líceum, 11. o.t.)

Megjegyzés. A megoldásban leírtakhoz hasonló számítással belátható, hogy ha a dipólok tengelye α illetve β szöget zár be a dipólokat összekötő egyenessel, akkor a kölcsönhatási energiájuk

$$W = k \frac{p_1p_2}{r^3} (-2 \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta).$$

A feladatban vizsgált energiaminimum (energiamaximum) nemcsak az egy egyenesben elhelyezkedő töltések legkisebb (legnagyobb) kölcsönhatási energiája, hanem (adott nagyságú és adott távolságra levő) tetszőlegesen álló dipólokra is szélsőérték.

Differenciálszámítás segítségével az is megmutatható, hogy ha az egyik (α szögben álló) dipólt lerögzítjük, de a másik állása változhat, akkor a rendszer legkisebb energiájú állapotát a $2 \operatorname{tg} \beta = -\operatorname{tg} \alpha$ összefüggés jellemzi. Érdekes, hogy ez az összefüggés α és β felcserélésére nézve *nem szimmetrikus*, vagyis amikor az egyik mágnes nem fejt ki forgatónyomatékot a másikra, akkor a másik által az elsőre gyakorolt forgatónyomaték *nem* nulla.

(G. P.)

