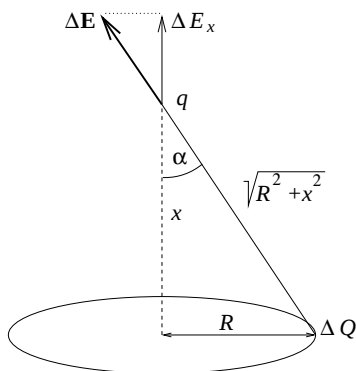


Helyezzünk el a szimmetriatengelyen a kör középpontjától x távolságban egy kicsiny q töltést. Erre a próbatöltésre a kör alakú vezeték valamely ΔQ nagyságú töltésdarabkája a Coulomb-törvénynek megfelelő

$$q \cdot |\Delta \mathbf{E}| = k \frac{q \Delta Q}{R^2 + x^2}$$

nagyságú erőt fejt ki (1. ábra).



1. ábra

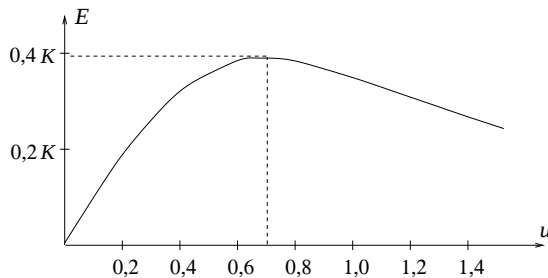
Ezen erők összege (szimmetria-okok) a szimmetriatengely irányába mutat, emiatt úgy is kiszámítható, hogy az az elemi erőhatások x tengely irányú vetületeit összegezzük:

$$qE = \sum qE_x = \sum q|\Delta \mathbf{E}| \cdot \cos \alpha = \sum kq\Delta Q \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = kq \frac{Q}{R^2} \frac{(x/R)}{(1 + (x/R)^2)^{3/2}}.$$

Bevezetve az $u = x/R$ dimenziótlan változót, az elektromos térerősséget a szimmetriatengely mentén az

$$E(u) = k \frac{Q}{R^2} \frac{u}{(1 + u^2)^{3/2}} = K \cdot \frac{u}{(1 + u^2)^{3/2}}$$

formulával adhatjuk meg. Ennek a kifejezésnek keressük a maximumát, vagyis azt az u értéket, ahol a K (állandó) szám mellett álló kifejezés a legnagyobb értékét veszi fel.



2. ábra

Ábrázolva az $u/(1 + u^2)^{3/2}$ kifejezést u függvényében (2. ábra) megállapíthatjuk, hogy a maximumát $u \approx 0,7$ -nél éri el. Az elektromos térerősség tehát a kör középpontjától $x \approx 0,7 R$ távolságban a legerősebb. A maximum helye (pl. a függvény $u = 0,7$ körüli részének kinagyításával) természetesen pontosabban is meghatározható.

Madas Balázs (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 10. o.t.)

Megjegyzés. A szélsőérték helye differenciálszámítás segítségével is meghatározható. A térerősség az 1. ábrán látható α szöggel is kifejezhető:

$$E = K \cdot \sin^2 \alpha \cos \alpha = K \cdot (\cos \alpha - \cos^3 \alpha) = K (y - y^3),$$

ahol $y = \cos \alpha$. Az $E(y)$ függvény lokális maximumánál az $E'(y) = K(1 - 3y^2)$ derivált nulla kell legyen, ez pedig $\cos \alpha = 1/\sqrt{3}$, azaz $x = R/\sqrt{2} \approx 0,707 R$ távolságnál teljesül.

Fábián Ákos (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn. 12. o.t.)