

I. megoldás. A körpályán való keringés dinamikai feltétele:

$$m a_{\text{cp}} = m \frac{v_0^2}{2R} = \frac{f m M}{(2R)^2}, \quad v_0 = \sqrt{\frac{fM}{2R}}.$$

Mivel a lendületváltozás iránya merőleges az eredeti lendületre, Pitagorasz tétele szerint

$$m v_1 = \sqrt{(m v_0)^2 + \Delta I^2} = \sqrt{2(m v_0)^2},$$

ahonnan a műhold tömegével egyszerűsítve

$$v_1 = \sqrt{2} v_0 = \sqrt{\frac{fM}{R}} = 7925 \text{ m/s}$$

adódik. A műhold mechanikai energiája a lendületváltozás után

$$E = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{f m M}{2R} = 0,$$

vagyis v_1 éppen a szökési sebesség. Eszerint a műhold a továbbiakban parabolapályán mozog.

A műhold sebessége a Földhöz legközelebbi pontban a legnagyobb. Ekkor az energia- és a perdületmegmaradás miatt

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2fM}{r_{\text{min}}}}, \quad 2R v_0 = r_{\text{min}} v_{\text{max}}.$$

Összevetve a két egyenletet

$$r_{\text{min}} = \frac{4R^2}{2fM} \frac{fM}{2R} = R = 6370 \text{ km},$$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2fM}{R}} = 11\,208 \text{ m/s}.$$

Szilágyi Tamás (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján

II. megoldás. A parabolapálya Földhöz legközelebbi eső pontját tisztán geometriai megfontolásokból is megkaphatjuk. A lendületváltozás utáni pillanatban a műhold sebessége (amely érintőirányú) 45° szöget zár be a fókuszba húzott sugárral. A parabola ismert tulajdonságai miatt az érintő felezi a THF szöget, így ez derékszög (lásd az *ábrát*). Mivel HF párhuzamos a d vezéregyenessel, F és H egyenlő ($2R$ -nyi) távolságra vannak d -től, ami azt jelenti, hogy a parabola csúcspontja egyaránt R távolságra lesz F -től és d -től.

Ambrus Gergely (Szeged, Radnóti M. Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján

