

a) Jelöljük a rugalmas kötél direkciós erejét D -vel, hosszát (nyújtatlan állapotban) l_0 -lal. A kötél hossza a legnagyobb megnyúláskor $l_1 = h - h_0 = 23$ m, egyensúlyi helyzetben pedig $l_2 = 23 \text{ m} - 8 \text{ m} = 15$ m.

Az elugrás pillanatában és a legmélyebb helyzetben az ugrást végző személy mozgási energiája nulla. Az energiamegmaradás törvénye szerint (a kötél tömegét elhanyagolva)

$$(1) \quad mgh = \frac{1}{2}D(l_1 - l_0)^2.$$

Másrészt felhasználhatjuk, hogy az egyensúlyi helyzetben

$$(2) \quad mg = D(l_2 - l_0).$$

A két egyenletet elosztva egymással l_0 -ra másodfokú egyenletet kapunk:

$$l_0^2 + 2(h - l_1)l_0 + (l_1^2 - 2hl_2) = l_0^2 + 4l_0 - 221 = 0,$$

amelynek pozitív megoldása: $l_0 = 13$ m.

b) Amikor a zuhanó test sebessége maximális, akkor a gyorsulása nulla; ilyenkor a rá ható erők eredője nulla kell legyen. Ez a későbbi egyensúlyi helyzetnek megfelelő $l = l_2$ kötélhossznál következik be. Fejezzük ki D -t (2)-ből és használjuk ki az energiamegmaradás tételét:

$$\frac{m}{2}v^2 + \frac{D}{2}(l_2 - l_0)^2 = mg(h - l_2),$$

$$D = \frac{mg}{l_2 - l_0}.$$

Ezekből a maximális sebességre $v \approx 18 \text{ m/s} \approx 65 \text{ km/h}$ adódik.

A „halálugrást” végrehajtó személy eleinte állandó (lefelé irányuló) g gyorsulással esik, majd amikor a kötél fokozatosan megfeszül, a gyorsulása egyre csökken, előjelet vált és egyre nagyobb, függőlegesen felfelé irányuló vektor lesz. A gyorsulás a pálya legmélyebb pontjában lesz a legnagyobb. Tekintettel arra, hogy a kötél legnagyobb megnyúlása (10 méter) éppen 5-szöröse az egyensúlyi helyzethez tartozó 2 méteres megnyúlásnak, a legnagyobb kötél erő az mg nehézségi erő 5-szörösével egyezik meg. Eszerint az ugróra ható legnagyobb eredő erő $4mg$, a legnagyobb gyorsulása tehát $4g$.

Kóbor János (Miskolc, Földes F. Gimn. 9. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A megoldás során többször felhasználtuk a mechanikai energiamegmaradás törvényét, vagyis feltételeztük, hogy az ugrás során a disszipatív folyamatok hatása (pl. a légellenállás és a kötél belső súrlódása) nem számottevő. Ez az első zuhanásnál (nem túl jó közelítésként) még elfogadható, de több lengésre már biztosan nem igaz, hiszen ha így lenne, akkor a mozgás sohasem csillapodna le.

2. Feltettük, hogy az ugró személy tömegközéppontja a testének kb. a közepénél, tehát 1 m magasan van. Hallgatólagosan azt is feltételeztük, hogy az ugrás végrehajtója a zuhanás legelején fordul a „feje tetejére”, de ezt viszonylag lassan teszi, s így a továbbiakban a forgásával nem kell foglalkoznunk.