

Legyen a kisebbik gömb szöggyorsulása β_1 , a nagyobbiké β_2 , a közös (vízszintes irányú) gyorsulásuk a_1 , a koci gyorsulása pedig a_2 .

A gömbök csúszásmentesen gördülnek, emiatt fennáll, hogy

$$R\beta_2 = a_2 - a_1 \quad \text{és} \quad R\beta_2 = r\beta_1,$$

azaz $R = 2r$ miatt

$$\beta_1 = 2\beta_2 = \frac{a_2 - a_1}{r}.$$

A kisebb gömb tehetetlenségi nyomatéka $\frac{2}{5}mr^2$, a vele azonos sűrűségű nagyobbé pedig $\frac{2}{5} \cdot 8m \cdot (2r)^2 = \frac{64}{5}mr^2$. Az *ábrán* látható jelölésekkel a következő mozgásegyenleteket írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} F - S &= Ma_2, \\ 8mg + K_1 - K &= 0, \quad S - K_2 = 8ma_1, \\ mg - K_1 &= 0, \quad ma_1 = K_2, \\ K_1r \cos \varphi - K_2r \sin \varphi &= \frac{2}{5}mr^2\beta_1, \quad 2rS + 2rK_2r \sin \varphi - 2rK_1r \cos \varphi = \frac{64}{5}mr^2\beta_2. \end{aligned}$$

Ezekből az egyenletekből a mutatványos által kifejtett erőre

$$F = \left(9m + \frac{7}{2}M\right) \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi} g \approx 79 \text{ N},$$

adódik, a koci és a nagyobb gömb relatív gyorsulása pedig

$$\Delta a = a_2 - a_1 = \frac{5}{2} \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi} g.$$

Mivel az egyenletesen gyorsuló testek kezdősebessége nulla, az $L/2$ út megtételéhez szükséges idő

$$t = \sqrt{\frac{L}{\Delta a}} = 0,55 \text{ s}.$$

Terpai Tamás (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn. 11. o.t.)

Megjegyzés. Érdekes, hogy a kis gömb akár $\varphi = 0$ szögnek megfelelő „vízszintes helyzetben” is megmaradhat; véges nagyságú vízszintes F erővel megakadályozhatjuk, hogy függőleges irányban elmozduljon. Ilyenkor a két gömb között ható súrlódási erő tart egyensúlyt a kis gömbre ható gravitációs erővel. Sőt, még az is elképzelhető, hogy $\varphi < 0$ szög mellett, tehát a kisebbik gömb „lefelé álló” helyzetében (!) is bemutatatható a mutatvány, ha a testek közötti súrlódási együttható elegendően nagy.

G.P.

