

A szükséges mennyiségű töltés eltávolítása után legyen a Föld töltése Q_1 , a Holdé Q_2 . Az elszakadás akkor következik be, ha az elektromos taszítóerő nagyobb lesz, mint a gravitációs vonzóerő:

$$k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} > f \frac{M_F M_H}{r^2}.$$

Innen $Q_1 Q_2 > f M_F M_H / k$ ($\approx 3,25 \cdot 10^{27} \text{ C}^2$).

Ha valamelyik égitest (pl. a Föld) már Q töltésű, és el akarunk távolítani róla még $-\Delta Q$ töltést, akkor ehhez $\Delta W = kQ\Delta Q/R_F$ munkát kell végeznünk. Q lineárisan változik, átlagos nagysága $Q_1/2$, a teljes munka $\frac{1}{2}kQ_1^2/R_F$. (Úgy is érvelhetünk, hogy a gömbkondenzátornak tekinthető Föld elektrosztatikus energiája $Q_1^2/(2C)$ -re nő, $C = R_F/k$.) Q_1 össztöltésnek megfelelő számú elektron tömege $m = Q_1 m_e / e$, a gravitációs erő ellen végzett munka $f M_F m / R_F$.

Az összes munka:

$$W = \frac{kQ_1^2}{2R_F} + \frac{kQ_2^2}{2R_H} + \frac{fM_F m_e Q_1}{R_F e} + \frac{fM_H m_e Q_2}{R_H e}.$$

Felhasználva a számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenséget valamint az elszakadás korábban felírt feltételét azt kapjuk, hogy

$$W > 2\sqrt{\frac{kQ_1^2}{2R_F} \cdot \frac{kQ_2^2}{2R_H}} + 2\sqrt{\frac{fM_F m_e Q_1}{R_F e} \cdot \frac{fM_H m_e Q_2}{R_H e}} > f \frac{M_F M_H}{\sqrt{R_F R_H}} \left(1 + 2\sqrt{\frac{f m_e^2}{k e^2}}\right).$$

(Megjegyezzük, hogy ez nem a legélesebb alsó korlát a szükséges munkavégzésre.) A zárójelben álló második tag (amely a kilökött elektronok gravitációs helyzeti energiájával kapcsolatos) az elektronok nagyon nagy fajlagos töltése miatt csupán 10^{-20} nagyságrendű, így az 1 mellett nyilván elhanyagolható. A szükséges munka eszerint

$$W > f \frac{M_F M_H}{\sqrt{R_F R_H}} \approx 9 \cdot 10^{30} \text{ J}.$$

Ennek a munkának csak $\sqrt{R_F R_H}/r < 0,01$ része szükséges a Föld-Hold rendszer gravitációs helyzeti energiájának növelésére (r a Hold és a Föld jelenlegi távolsága), a munka túlnyomó része (több, mint 99 %-a) a kialakuló elektrosztatikus mező energiáját fedezi.

Buella Csaba (Tiszaújváros, Eötvös J. Gimn., 12. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A szóban forgó munkavégzés (energia) nagyobb, mint amennyit az Univerzum tízmilliárd évre becsült életkorának megfelelő idő alatt a Föld ma működő összes erőműve termelni tudna.

2. A Földet és a Holdat 10^{17} V nagyságrendű feszültségre kellene feltölteni ahhoz, hogy közöttük az elektromos taszítás nagyobb legyen, mint a gravitációs vonzás. Ehhez az elektronokat 10^{17} eV energiára kellene felgyorsítanunk, s ez az érték sokmilliószor (!) nagyobb, mint a mai legnagyobb részecskegyorsítókban elérhető gyorsítási energia.