

Egy m tömegű, l hosszúságú, homogén tömegeloszlású rúd tehetetlenségi nyomatéka a tömegközéppontjára vonatkoztatva $\Theta_{\text{tkp}} = \frac{1}{12}ml^2$, a tömegközépponttól x távolságú pontjára pedig a Steiner-tétel szerint $\Theta(x) = \Theta_{\text{tkp}} + mx^2$.

A fizikai inga lengésidejének ismert képlete szerint a kérdéses pontban felfüggesztett rúd lengésideje kis kitérések esetében

$$T(x) = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta(x)}{mgx}}.$$

Ennek a függvénynek keressük a minimumát, vagy ami ezzel egyenértékű kérdés, az

$$f(x) = \frac{T(x)^2 g}{4\pi^2} = \frac{l^2}{12x} + x$$

függvény legkisebb értékét a $0 < x \leq l/2$ intervallumon? Alkalmazzuk a számtani és mértani közepekre vonatkozó $\frac{1}{2}(x+y) \geq \sqrt{xy}$ egyenlőtlenséget:

$$\frac{T^2 g}{4\pi^2} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{l^2}{12x}} = \frac{l}{\sqrt{3}}, \quad \text{azaz} \quad T \geq 2\pi\sqrt{\frac{\sqrt{3}l}{3g}},$$

és az egyenlőség akkor áll fenn, ha $l^2/(12x) = x$, tehát $x = l/\sqrt{12}$.

Ádám Gábor (Tata, Eötvös J. Gimn., 9. o.t.)