

Vegyünk fel egy olyan koordináta-rendszert, melynek z tengelye párhuzamos a henger tengelyével. Hosszú idő után a test várhatóan z irányú, állandó nagyságú sebességgel fog mozogni. A testnek a csőben elfoglalt állandósult helyzetét a henger keresztmetszetét mutató 1. ábrán látható γ szöggel jellemezhetjük. Helyezzük el a koordináta-rendszer origóját a testnél, az y tengelyt pedig a henger tengelyére illeszkedően. (Ezzel már az x tengely irányát is megadtuk.)

A testre az mg nagyságú $\mathbf{G}$ gravitációs erő, valamint a henger által kifejtett $\mathbf{S}$ súrlódási erő és $\mathbf{N}$ nyomóerő hat. Bontsuk fel ezeket az erőket a választott koordináta-rendszernek megfelelő komponensekre. A gravitációs erő z irányú összetevője $G_z = -mg \sin \alpha$, az $x - y$ síkbeli vetülete tehát $mg \cos \alpha$ (2. ábra). Ez utóbbit a tovább bonthatjuk:

$$G_x = mg \cos \alpha \cdot \sin \gamma, \quad G_y = -mg \cos \alpha \cdot \cos \gamma.$$

A súrlódási erőnek nincs y irányú összetevője, a másik két komponensét jelöljük S_x -szel és S_z -vel. A nyomóerő tisztán y irányú, nagysága N .

A test állandó sebességgel (gyorsulásmentesen) mozog, a rá ható erők eredője nulla. Ezt az összefüggést komponensenként felírva:

$$(1) \quad G_x + S_x = 0, \quad \text{ahonnan} \quad S_x = -mg \cos \alpha \cdot \sin \gamma,$$

$$(2) \quad G_y + N = 0, \quad \text{innen} \quad N = mg \cos \alpha \cdot \cos \gamma,$$

$$(3) \quad G_z + S_z = 0, \quad \text{vagyis} \quad S_z = mg \sin \alpha.$$

Tudjuk továbbá, hogy a test csúszása miatt fennáll a

$$(4) \quad \sqrt{S_x^2 + S_z^2} = \mu N$$

összefüggés is. Innen (1), (2) és (3) felhasználásával a kérdéses γ szögre a

$$(5) \quad \cos \gamma = \frac{1}{\cos \alpha \sqrt{1 + \mu^2}}$$

összefüggést kapjuk, ez határozza meg tehát a csőből kicsúszó test helyzetét.

Ha bevezetjük a $\mu = \tan \varepsilon$ módon értelmezett ε súrlódási határszöget, (5) így is felírható:

$$(5^*) \quad \cos \gamma = \frac{\cos \varepsilon}{\cos \alpha}.$$

Mivel a megadott feltételek szerint $\varepsilon > \alpha$, (5*) jobb oldalán 1-nél kisebb szám áll, tehát az γ -ra megoldható.

A csúszó testre ható súrlódási erő iránya ellentétes a test és a felület *relatív* sebességével. Jelöljük $-v$ -vel a test z tengely irányú sebességét. A hengerpalásthhoz képest a test x irányban $r\omega$ sebességgel mozog. A súrlódási erő és a relatív sebesség párhuzamosságának feltétele:

$$\frac{v}{r\omega} = \frac{S_z}{S_x},$$

ahonnan a korábbi eredmények felhasználásával a kicsúszás sebessége:

$$v = r\omega \frac{mg \sin \alpha}{mg \cos \alpha \sin \gamma} = r\omega \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \gamma}} = r\omega \tan \alpha \sqrt{\frac{1 + \mu^2}{\mu^2 - \tan^2 \alpha}}.$$

Balogh Tímea (Mezőkövesd, Szent László Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján



