

a) Rögzítsük a koordináta-rendszerünket az állandó v_0 sebességgel mozgó első kocsihoz. Ebben a rendszerben a hátsó kocsi sebessége a gumiszál kiegyenesedésének pillanatában $-v_0$. Az egyre jobban megfeszülő gumiszál hatására a hátsó test rezgőmozgásba kezd, s egy félperiódusnyi idő, tehát

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{m}{D}} = \pi \sqrt{\frac{2 \text{ kg}}{18 \text{ N/m}}} = 1,05 \text{ s}$$

alatt visszaérkezik eredeti helyére (vagyis az első kiskocsitól $d_0 = 0,96 \text{ m}$ távolságra), a sebessége pedig ekkor $+v_0$ lesz.

A továbbiakban a meglazult gumiszál nem fejt ki erőt a hátsó kiskocsira, az tehát egyenletes mozgással, $t_2 = d_0/v_0 = 0,8 \text{ s}$ alatt utoléri az első kocsit. A gumiszál kiegyenesedésétől számítva eddig összesen $T = t_1 + t_2 = 1,85 \text{ s}$ idő telik el.

b) Az első kocsi egyenletesen mozog, ennek az a feltétele, hogy a rá ható erők eredője minden pillanatban nulla legyen. A keresett F erő nagysága tehát a megfeszült gumiszál által kifejtett erővel egyezik meg:

$$F(t) = D \cdot A \sin \sqrt{\frac{D}{m}} t.$$

A rezgés amplitúdóját az $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}DA^2$ feltételből határozhatjuk meg:

$$A = v_0 \sqrt{\frac{m}{D}} = 0,4 \text{ m}.$$

Innen (SI-egységeket használva) az 1. ábrán látható függvénykapcsolatot kapjuk:

$$F(t) = v_0 \sqrt{mD} \cdot \sin \sqrt{\frac{D}{m}} t = 7,2 \sin 3t.$$

c) A folyamat során végzett munka (az asztalhoz rögzített koordináta-rendszerben) megegyezik a második kocsi mozgási energiájának megváltozásával:

$$W = \frac{1}{2}m(2v_0)^2 = 5,76 \text{ J}.$$

d) A mozgás teljes T ideje alatt az első kocsi v_0T , a hátsó pedig $v_0T + d_0 = 3,18 \text{ m}$ utat tett meg.

Gál Tamás (Zalaegerszeg, Kölcsey F. Gimn., 11. évf.)

Megjegyzések. 1. A munkatételt bármely inerciarendszerben felírhatjuk. Az első kocsihoz rögzített koordináta-rendszerben például a hátsó test sebessége a gumiszál kezdeti laza állapotában $-v_0$, a végén pedig $+v_0$, a mozgási energia tehát nem változik, s ezzel összhangban a munkavégzés is nulla. A munkatétel tehát itt is érvényes, de a munkavégzés nagysága (és a mozgási energiák nagysága is) függ attól, hogy melyik rendszerből írjuk le a jelenséget.

2. Tanulságos a folyamat ábrázolása az asztalhoz rögzített koordináta-rendszerben is (2. ábra). Itt az elmozdulás-idő diagramon az első test egyenletes mozgásának egy egyenes, a hátsó test mozgásának pedig egy egyenesre „ráültetett” fél szinuszgörbe és egy ahhoz simán illeszkedő egyenes felel meg.

