

A pozitron sebessége helyett kényelmesebb a részecske

$$(1) \quad E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

energiájával számolni (m_0 a nyugalmi tömeg). A pozitron $\mathbf{p} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ impulzusvektora és az energiája között fennáll az

$$(2) \quad E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4$$

összefüggés.

Jelöljük az egyik foton impulzusát $\mathbf{k}_1$ -gyel, az energiája ekkor $E_1 = |\mathbf{k}_1|c$. (A fotonok tömege nulla.) A megmaradási törvények szerint a másik foton impulzusa $\mathbf{k}_2 = \mathbf{p} - \mathbf{k}_1$, energiája pedig $E_2 = m_0 c^2 + E - E_1$. A két foton impulzusa merőleges egymásra, a skalárszorzatuk tehát nulla: $\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 = 0$, vagyis

$$(3) \quad \mathbf{k}_1 (\mathbf{p} - \mathbf{k}_1) = 0.$$

Másrészt E_2 és $\mathbf{k}_2$ között fennáll az $E_2^2 - k_2^2 c^2 = 0$ összefüggés, amely a fentiekkel kifejezve így írható:

$$(m_0 c^2 + E - E_1)^2 - (\mathbf{p} - \mathbf{k}_1)^2 c^2 = 0.$$

A négyzetre emeléseket elvégezve és felhasználva, hogy (2) alapján $p^2 c^2 = E^2 - m_0^2 c^4$, valamint (3) szerint

$$\mathbf{k}_1 \mathbf{p} = |\mathbf{k}_1|^2 = E_1^2 / c^2,$$

E_1 -re egy másodfokú egyenlet adódik: $E_1^2 - (m_0 c^2 + E)E_1 + m_0 c^2(m_0 c^2 + E)$. Valós megoldást csak akkor kaphatunk E_1 -re, ha a diszkrimináns nemnegatív, ez pedig $E \geq 3m_0 c^2$ esetén teljesül. Az egyenlőtlenség (1) segítségével a pozitron sebességével is kifejezhető: $E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \geq 3m_0 c^2$, azaz $v \geq \frac{2\sqrt{2}}{3}c$.

Ravasz Mária-Magdolna (Sepsiszentgyörgy, Mikes K. Líceum 11. o.t.) és *Csikvári András* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn. 12. o.t.) dolgozata alapján