I. megoldás. A két hajó t idő alatt 200 m-re megközelíti egymást, miközben a kalózhajó x, az őrhajó pedig $x+800$ méternyi utat tesz meg. Mivel a kezdősebességük (m/s egységekben) $v_1 = 10$, illetve $v_2 = \frac{20}{3}$, fennáll, hogy

$$x + 800 = v_1 t + \frac{a}{2} t^2 \qquad \text{és} \qquad x = v_2 t.$$

ahonnan

$$0{,}2\, t^2 + \frac{10}{3} t - 800 = 0,$$

azaz $t = 55{,}5$ s.

Ennyi idő alatt az őrhajó $v_2 + at \approx 32$ m/s sebességre gyorsul fel, a róla kilőtt lövedék tehát a parthoz viszonyítva 732 m/s sebességgel hagyja el a hajót. Ha a lövedék t_0 ideig repül (jó közelítéssel egyenes pályán), a becsapódás feltétele:

$$732\, t_0 = 200 + \frac{20}{3} t_0, \qquad \text{azaz} \qquad t_0 = 0{,}276 \text{ s}.$$

A kalózhajóról v_0 (parthoz viszonyított) sebességgel kilőtt lövedék ugyancsak t_0 idő alatt éri el az őrhajót, ennek feltétele:

$$v_0\, t_0 = 200 - 32\, t_0 - 0{,}2\, t_0^2,$$

ahonnan $v_0 = 693{,}3$ m/s adódik. Az ágyúcsőhöz viszonyítva a lövedék sebessége: $v_0 + v_2 = 699{,}9$ m/s ≈ 700 m/s.

Hegedűs Péter (Kaposvár, Táncsics M. Gimn., II. o.t.)

II. megoldás. Írjuk le az eseményeket az egyenletes sebességgel mozgó kalózhajóból nézve! Az őrhajó kezdősebessége $v_0 = (36 - 24)$ km/h $= \frac{10}{3}$ m/s, az ágyúk elsütésének pillanatáig eltelt idő tehát a

$$0{,}2\, t^2 + \frac{10}{3} t - 800 = 0$$

egyenletből számíthatóan $t = 55{,}5$ s. Az őrhajó sebessége a lövés pillanatában (a kalózhajó koordináta-rendszeréből) $v_0 + at = 25{,}5$ m/s, a lövedékének sebessége tehát 725,5 m/s. Ez a lövedék $\frac{200}{725{,}5} = 0{,}276$ s alatt éri el a kalózhajót, az onnan kilőtt (és a másikkal egyszerre becsapódó) lövedéknek is ugyanennyi idő alatt kell elérnie az őrhajót. Mivel azonban a gyorsuló őrhajó ezen idő alatt mintegy 7 m-nyi utat tesz meg, a kalózhajó lövedékének csak 193 m-re kell eljutnia, a torkolati sebessége tehát $\frac{193}{0{,}276} \approx 700$ m/s.

Vető Bálint (Budapest, ELTE Radnóti M. Gyak. Gimn., II. o.t.)

Megjegyzés. A lövések eldördülésének pillanatában az egyik hajó nyilván ugyanakkora sebességgel közeledett a másikhoz, mint a másik az egyikhez. Mivel mindkét lövedék ugyanannyi (és nagyon rövid) ideig repül, ezen idő alatt a hajók elmozdulása egyenletesnek tekinthető, így a hajók szerepe teljesen szimmetrikus: ha az egyik hajóból kilőtt lövedék (hajóhoz viszonyított) sebessége 700 m/s, akkor a másiknál is ugyanez kell teljesüljön.

Ez a szimmetria a feladatban megadott számadatok konkrét értékétől függetlenül fennáll, mindössze annak kell teljesülnie, hogy a lövedék igen rövid repülési ideje alatt az őrhajó sebességváltozása ne legyen számottevő.

Péterfalvi Csaba (Szekszárd, Garay J. Gimn., II. o.t.)