

Jelöljük az AP , BP , CP távolságokat rendre a_1 , b_1 , c_1 -gyel, és használjuk az *ábra* jelöléseit. Ismeretes, hogy a háromszög területe $t = \frac{abc}{4R}$, ahol R a körülírt kör sugara. Mivel a feladatban említett háromszögek körülírt köre azonos, így

$$(1) \quad t_a = \frac{ab_1c_1}{4R}, \quad t_b = \frac{ba_1c_1}{4R}, \quad t_c = \frac{ca_1b_1}{4R}.$$

Az (1) összefüggés szerint a bizonyítandó állítás:

$$\frac{4Ra^2}{ab_1c_1} + \frac{4Rb^2}{ba_1c_1} = \frac{4Rc^2}{ca_1b_1},$$

azaz

$$(2) \quad aa_1 + bb_1 = cc_1.$$

Ez éppen az $APBC$ (konvex) húrnégyszögre felírt Ptolemaiosz tétel, és ekvivalens a feladat állításával; ezért a bizonyítással készen vagyunk.

Elek Péter (Bp., Árpád Gimn., III. o.t.) és

Séllei Béla (Szeged, Radnóti M. Gimn., IV. o.t.)

Megjegyzés. A megoldásban kihasználtuk, hogy C az AB ív belső pontja. Ezt megtehetjük, hiszen egyébként az (1)-ben szereplő valamelyik terület zérus, és akkor a feladat állítása értelmetlen lenne.

