Legyen M azoknak a pozitív egészekből álló (x, y) számpároknak a száma, amelyekre $x^2y \le N^2$. Megmutatjuk, hogy mindkét oldalon M áll.

Először megjegyezzük, hogy minden számpárban $x \le N$ és $y \le N^2$.

Csoportosítsuk a számpárokat az első tagjuk szerint. Ha $1 \le x \le N$ rögzített, akkor y-ra az $1 \le y \le \dfrac{N^2}{x^2}$ egyenlőtlenségnek kell teljesülnie. Az ilyen y-ok száma $\left[\dfrac{N^2}{x^2}\right]$. Ezeket minden x-re összeadva kapjuk, hogy

$$M = \sum_{x=1}^{N} \left[\frac{N^2}{x^2}\right] = \left[\frac{N^2}{1^2}\right] + \left[\frac{N^2}{2^2}\right] + \cdots + \left[\frac{N^2}{(N-1)^2}\right] + \left[\frac{N^2}{N^2}\right].$$

Csoportosítsuk a párokat most a második tagjuk szerint. Ha $1 \le y \le N^2$ rögzített, akkor x-et úgy kell választanunk, hogy $1 \le x^2 \le \dfrac{N^2}{y}$, azaz $1 \le x \le \dfrac{N}{\sqrt{y}}$ teljesüljön. Az ilyen x-ek száma $\left[\dfrac{N}{\sqrt{y}}\right]$, ezért

$$M = \sum_{y=1}^{N^2} \left[\frac{N}{\sqrt{y}}\right] = \left[\frac{N}{\sqrt{1}}\right] + \left[\frac{N}{\sqrt{2}}\right] + \cdots + \left[\frac{N}{\sqrt{N^2-1}}\right] + \left[\frac{N}{\sqrt{N^2}}\right].$$

Ezzel állításunkat bebizonyítottuk.