

Vizsgáljuk meg, hogy egy tetszőleges X pont körül forgatva AB -t, mekkora a keletkező körgyűrű területe. Ha X -nek AB felező merőlegesére vonatkozó tükörképe X' , akkor a szimmetria miatt az X -hez és az X' -hez tartozó körgyűrűk területe egyenlő. Ezért elegendő azokat a pontokat vizsgálnunk, amelyekre $XA \leq XB$.

Legyen X -nek az AB egyenesen lévő merőleges vetülete T , jelöljük a TB távolságot x -szel. Ha T az AB szakaszon van, akkor $x \leq 1$, és az X -hez tartozó körgyűrű területe $t(x) = XB^2 \cdot \pi - XT^2 \cdot \pi = TB^2 \cdot \pi = x^2 \pi$ (1. ábra).

Ha T az AB szakaszon kívül van, akkor $x > 1$ és az X -hez tartozó körgyűrű területe (2. ábra):

$$t(x) = XB^2 \cdot \pi - XA^2 \cdot \pi = (XT^2 + TB^2) \cdot \pi - (XT^2 + TA^2) \pi = (TB^2 - TA^2) \pi = (x^2 - (x-1)^2) \pi = (2x-1) \pi.$$

Látható, hogy a körgyűrű területe nem X -től, hanem csak annak az AB egyenesen lévő merőleges vetületétől függ. A körgyűrű területét leíró

$$t = x^2, \text{ ha}$$

$$0 \leq x \leq 1, \quad t = 2x-1, \text{ ha } x > 1$$

függvény szigorán monoton, ezért a pontokhoz akkor csak akkor tartozik egy-egy AB szakaszhoz, ha az az

szekció tartozik hozzájuk.

Ezért a keresett pontok mértani helye – a bevezetőben említett szimmetriát is felhasználva – a P -ből az AB egyenesre bocsátott merőleges és ennek az AB felező merőlegesére vonatkozó tükörképe. Ha a körlapot elfajuló körgyűrűnek tekintjük, akkor a mértani helyet alkotó két egyenes és AB metszéspontjai is a halmazhoz tartoznak. Ha a körlapot nem tekintjük körgyűrűnek, akkor ezt a két pontot el kell hagynunk a halmazból.

Frenkel Péter (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján



