

Jelöljük a hasáb csúcsait A, B, C, D, E, F, G, H -val az 1. ábra szerint, és legyen $HBD\angle = 45^\circ$. Ekkor nyilván $BHF\angle$ is 45° . Általában is a testátló a végpontjain átmenő párhuzamos lapok azon átlójával, amely a testátló végpontjából indul ki, mindig ugyanakkora szöget zár be. A négyzet oldalait tekinthetjük egységnyinek, ekkor a négyzet átlóinak, így a hasáb oldaléleinek hossza is $\sqrt{2}$, a testátló hossza 2, az oldallapok átlóinak hossza $\sqrt{3}$ egység.

Először számítsuk ki a HB testátlónak az AC lapátlóval bezárt szögét. Mivel a két egyenes kitérő, hajlásszögük megegyezik azon két egyenes hajlásszögével, amelyet úgy kapunk, hogy AC -t önmagával párhuzamosan eltoljuk, míg HB -t nem metszi. Messzük el a hasábot az O középpontján átmenő, alapsíkkal párhuzamos síkkal. A sík az AE élt az M , a CG élt az N pontban metszi. Az MN szakasz párhuzamos AC -vel, és az O pontban metszi HB -t. Az $MHNB$ négyszög oldalai egyenlő hosszúak (a hasáb egy csúcsát az oldallapon vele szemköztes él felezőpontjával összekötő szakaszok), amiből következik, hogy a négyszög átlói merőlegesek egymásra. A HB testátló tehát az AC lapátlóval 90° -os szöget zár be.

Másodjára a

$$HBG_{\triangleleft} = AHB_{\triangleleft} = HBE_{\triangleleft} = BHC_{\triangleleft}$$

szögeket számítjuk ki.

A keresett szögek mindegyike egy $2, 1, \sqrt{3}$ egység oldalú háromszögnek az 1 egységnyi oldallal szemben fekvő szöge (*2. ábra*).

Könnyű belátni, hogy egy ilyen háromszög éppen a fele egy 2 egység oldalú szabályos háromszögnek, amiből következik, hogy a keresett szög 30° (3. ábra).

A hátralevő ED , FC , GD , FA lapátlók ismét egyenlő szögeket zárnak be HB -vel. Ezek közül a HB és ED egyenesek szögét számítjuk ki. Toljuk el az $ADHE$ síkot önmagával párhuzamosan az EF él felezőpontjába (4. ábra).

Ekkor $E'D' \parallel ED$, $E'D'$ és HB metszéspontja O . Az OHE' háromszögben $OH = 1$, $OE' = \frac{\sqrt{3}}{2}$, HE' hossza pedig az EHE' derékszögű háromszögből:

$$HE' = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

A HOE' háromszögben írjuk fel a koszinusz tételt a $HOE' \sphericalangle = \beta$ szögre.

$$\cos \beta = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 1^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{3}},$$

ahonnan $\beta \approx 73,2^\circ$.

Összegezve: a HB testátló a BD és HF átlókkal 45° -os szöget, az AC és EG átlókkal 90° -os szöget, a BG , HA , BE , HC átlókkal 30° -os szöget, az ED , FC , GD , FA átlókkal $73,2^\circ$ -os szöget zár be.

Méder Áron (Budapest, Táncsics M. Gimn., I. o.t.) dolgozata alapján



