

Legyen  $n = t^2 + t + 3$ ,  $t$  pozitív egész szám. Ekkor

$$n^2 + 3 = (t^2 + t + 3)^2 + 3 = (t^2 + 3)^2 + 2t(t^2 + 3) + t^2 + 3 = (t^2 + 3) [(t + 1)^2 + 3].$$

Nyilván  $n^2 + 3$  tetszőleges  $p$  prímosztója a jobb oldal valamelyik tényezőjének is osztója. Tegyük fel, hogy ez pl.  $t^2 + 3$ . Ez esetben

$$0 < t < \sqrt{t^2 + t + 3} = \sqrt{n}$$

miatt  $p$ -hez találtunk megfelelő többszöröst, épp  $t^2 + 3$ -at. Tegyük fel, hogy  $(t + 1)$  maga is eleget tesz a feladat feltételeinek. Ekkor  $(t + 1)^2 + 3$  minden  $q$  prímosztójához található olyan  $k$ , hogy  $q \mid k^2 + 3$  és

$$0 \leq k < \sqrt{t + 1} \leq t < \sqrt{n},$$

amiből következik, hogy  $q$ -hoz is van megfelelő többszörös.

Az  $n = 3$  érték éppen jó lesz, hiszen  $3^2 + 3 = 12$ , és  $2 \mid 1^2 + 3$ , valamint  $3 \mid 0^2 + 3$ . A fentiek alapján az

$$n_0 = 3, \quad n_{i+1} = (n_i - 1)^2 + (n_i - 1) + 3 \quad (i \geq 0 \text{ esetén})$$

rekurzióval definiált sorozat minden tagja megfelelő, és

$$n_{i+1} = (n_i - 1)^2 + n_i + 2 > n_i$$

miatt ezek különbözőek is.