

Legyen e egy olyan egyenes a síkban, amelynek mindkét (nyitott) félsíkjában 3-3 fényforrás van. Ilyen egyenes mindig létezik, hiszen csak véges sok (legfeljebb $\binom{6}{2}$ számú) egyenes halad át 6 különböző pont közül legalább kettőn. Az e egyenes egyik félsíkjában levő pontok legyenek A, B, C . Megmutatjuk, hogy az A, B, C pontokban lévő fényforrások elforgathatók úgy, hogy megvilágítsák a másik félsíkot. Húzzunk az A, B, C pontok mindegyikén át e -vel 60° és 120° szöget bezáró egyeneseket, a metszéspontok legyenek $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$. Tekintsük az e egyenest száme egyenesnek. (Ezért jelöltünk meg rajta egy zérus koordinátájú O pontot.) Válasszuk ki A_1, B_1, C_1 közül a legnagyobb koordinátájút, ha több is van ilyen, akkor valamelyiket. Ábránkon ez a C_1 pont. Válasszuk ki ezután A_2 és B_2 közül a kisebb koordinátájút, a koordináták egyezése esetén valamelyiket, ábránkon ez az A_2 pont. Ezután az A -ban lévő fényforrást úgy állítjuk be, hogy az általa megvilágított szögtartományt az AA_2 félegyenes és az A -ból kiinduló, e -vel párhuzamos – AA_2 -vel 60° -os szöget bezáró – félegyenes határolja. A C -ben lévő fényforrást pedig úgy állítjuk be, hogy a bevilágított szögtartományt CC_1 és a C -ből e -vel párhuzamosan húzott félegyenes határolja. Így az A -ban és C -ben elhelyezett fényforrások a „felső” (zárt) félsíknak pontosan azokat a pontjait *nem* világítják meg, amelyek a CC_1 és AA_1 egyenesek P metszéspontjában mint csúcsban „felfelé” álló 60° -os szögtartományba esnek. Mivel B_1 a C_1 -től balra, B_2 pedig A_2 -től jobbra fekszik, a B_1BB_2 szögtartomány tartalmazza az előbbi, P csúcsú szögtartományt. A B -ben lévő fényforrás világítsa meg a BB_1 és BB_2 félegyenesek határolta szögtartományt. Ezzel a konstrukcióval az A, B, C -ben lévő fényforrások megvilágítják az e egyenes létrehozta zárt félsíkok közül azt, amelyik nem tartalmazza őket. Hasonlóan beállítható a másik három fényforrás úgy, hogy megvilágítsák az A, B, C pontokat tartalmazó félsíkot. A feladat kérdésére tehát igenlő választ adhatunk.

Tóth Gábor Zsolt (Budapest, Árpád Gimn., III. o.t.)

