Nyilvánvaló, hogy a görbének csak egy pontja van a koordinátatengelyeken, az O origó. Legyen $P(x, y)$ a görbének egy olyan pontja, amelyik egyik koordinátatengelyen sincs rajta. Az OA-ra P-ből állított merőleges talppontja legyen T. Ekkor $OT = |x|$ és $PT = |y|$.

Az OPT, a BOP és az OAP háromszögek hasonlók, mert szögeik megegyeznek (mindhárom háromszög hasonló a BOA háromszöghöz is). Ezért megfelelő oldalaik aránya is egyenlő:

$$\frac{OP}{PB} = \frac{PT}{OT} = \frac{|y|}{|x|} \quad \text{és} \quad \frac{OP}{AP} = \frac{OT}{PT} = \frac{|x|}{|y|}.$$

Ezekből az egyenlőségekből kapjuk, hogy

$$|x| \cdot OP = |y| \cdot PB \text{ és } |y| \cdot OP = |x| \cdot AP.$$

Szorozzuk meg az első egyenlőséget $|x|$-kel, a másodikat $|y|$-kel, és ezután adjuk őket össze:

$$\left(x^2 + y^2\right) OP = |x \cdot y| \cdot (AP + PB).$$

Pitagorasz tétele szerint $OP = \sqrt{x^2 + y^2}$; feltételeink szerint $AP + PB = AB = 1$, ezeket behelyettesítve:

$$\left(x^2 + y^2\right) \sqrt{x^2 + y^2} = |xy|.$$

Ez pontosan akkor teljesül, ha

$$\left(x^2 + y^2\right)^3 = x^2 \cdot y^2. \tag{1}$$

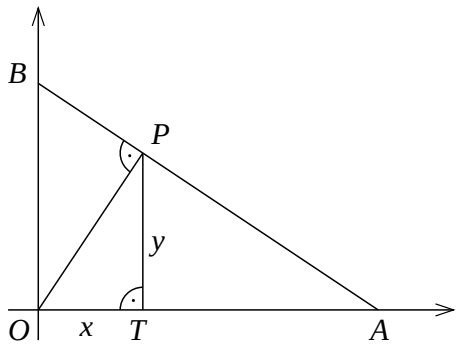
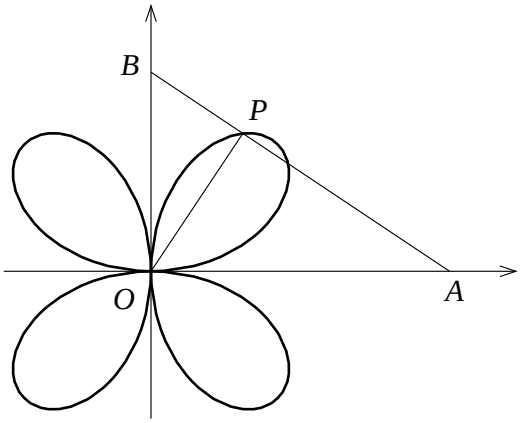
Ezt az egyenletet az origó koordinátái is kielégítik, így megmutattuk, hogy a keresett görbének minden pontja rajta van az (1) egyenletű görbén.

Megmutatjuk, hogy ha egy Q pont koordinátái kielégítik az (1) egyenletet, akkor az AB szakasznak van olyan helyzete, amelynél az origóból AB-re bocsátott merőleges talppontja éppen Q. Ha Q egyik koordinátája 0, akkor (1) miatt a másik is 0, az origó pedig nyilván előáll talppontként, pl. akkor, amikor $A(1; 0)$ és $B(0; 0)$. Ha $Q(u; v)$, ahol $u \cdot v \neq 0$, akkor legyen

$$A\left(\frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}}; 0\right) \qquad \text{és} \qquad B\left(0; \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}}\right).$$

Ekkor AB hossza Pitagorasz tétele alapján 1, és könnyen látható, hogy OQ merőleges AB-re.

Ezzel megmutattuk, hogy a keresett görbe egyenlete

$$\left(x^2 + y^2\right)^3 = x^2 + y^2.$$

Pap Gyula (Debrecen, Fazekas M. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján