

Jelöljük a vetület síkját S -sel. Helyezzük a téglatestet az S síkra úgy, hogy a 6 egység hosszú éle merőleges legyen S -re. Forgassuk el ezután a téglatestet egyik 4 egységnyi éle körül α szöggel.

A leírt helyzetről egy, a forgástengelyre merőleges síkon levő vetületet rajzoltunk meg. Az ábrán a forgástengely vetülete B , az S síké S' . Használjuk az ábra további jelöléseit is.

A téglatest S -re eső merőleges vetületének kontúrja akkor lesz négyzet, ha $x + y = 4$. Az α -val jelölt szögek egyenlősége révén az AEB és BFC háromszögek hasonlóak, és a hasonlóság aránya 3 : 6. Ezért $CF = 2x$, és a Pitagorasz-tétel szerint $4x^2 + y^2 = 36$. Mivel $x + y = 4$, x -re a következő másodfokú egyenletet kapjuk: $5x^2 - 8x - 20 = 0$, amiből $x = \frac{8 \pm \sqrt{464}}{10}$. Tekintve, hogy $x > 0$, $x = \frac{4 + \sqrt{116}}{5}$. Ezután $\cos \alpha = \frac{4 + \sqrt{116}}{15}$ alapján $\alpha \approx 10^\circ$.

A feladatnak más megoldása nincs, mert a 3 egységnyi él körül forgatva, az előbbihez hasonló jelölésekkel

$$x + y = 4 \cdot \cos \alpha + 6 \cdot \sin \alpha = 4 \cdot (\cos \alpha + \sin \alpha) + 2 \cdot \sin \alpha > 3$$

minden α hegyesszögre, hiszen $\cos \alpha + \sin \alpha > 1$ ($\alpha > 0$); a 6 egység hosszú él körül forgatva pedig a maximális $x + y$ érték csak $\sqrt{9 + 16} = 5$ lesz.

Szabó Gergely (Debrecen, Fazekas M. Gimn., III. o.t.)

Megjegyzés. Kiss Ádám és Szobonya László bebizonyította, hogy minden téglatestnek van (legfeljebb két) olyan elhelyezése, amelynél adott síkra eső merőleges vetületének kontúrja négyzet lesz.

