

A négyzetet középpontja körül 90° -kal elforgatva önmagát kapjuk. Ezért a hatszög 90° -os elforgatottjának is tartalmaznia kell a négyzetet. Ha viszont a hatszög is, és annak 90° -os elforgatottja is tartalmazza a négyzetet, akkor a két hatszög metszete, ami egy szabályos 12-szög – az *ábrán* $A_1A_2 \dots A_{12}$ –, szintén tartalmazza az egész négyzetet.

Egy négyzet területe annál nagyobb, minél hosszabb az átlója. Mivel a 12-szög és a négyzet középpontja egybeesik, azért a négyzet átlója legfeljebb akkora, mint a 12-szög köré írt kör átmérője. A 12-szög oldalai a köré írt kör középpontjából $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ -os szögben látszanak, azért a 12-szög A_1A_4 átlója a középpontból $3 \cdot 30^\circ = 90^\circ$ -os szögben látszik, s ugyanekkora szögben látszanak az A_4A_7 , A_7A_{10} és $A_{10}A_1$ átlók is. Ebből következik, hogy $A_1A_4A_7A_{10}$ az a négyzet, amelynek átlója a lehető legnagyobb. Tehát ez egy maximális területű beírt négyzet.

Jelöljük az eredeti szabályos hatszög – az *ábrán* $ABCDEF$ – köré írt kör sugarát r -rel. Ekkor a hatszög területe megegyezik 6 darab r oldalú szabályos háromszög területével, azaz $6r^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$. Az *ábra* jelöléseit használva: $OP = r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ (OP az ABO szabályos háromszög magassága), $POA_1 \angle = \frac{1}{2}POA \angle = 15^\circ$, tehát $OA_1 = \frac{OP}{\cos 15^\circ}$. Vagyis a négyzet területe $2 \cdot OA_1^2 = \frac{6r^2}{4 \cos^2 15^\circ}$. A két terület hányadosa

$$\frac{6r^2}{4 \cos^2 15^\circ} : \left(6r^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \cos^2 15^\circ} \approx 0,62.$$

Tehát a négyzet területe a hatszög területének legfeljebb 62%-a.

Mátrai Tamás Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján

