

A **F. 3008.** feladat megoldásának jelöléseivel és gondolatmenetével élve azokat a γ tompaszögeket kell meghatároznunk, amelyekre $\alpha, \beta > 0$; $\alpha + \beta = \pi - \gamma$ mellett

$$|\operatorname{tg} \alpha| + |\operatorname{tg} \beta| + |\operatorname{tg} \gamma| \geq 3\sqrt{3}$$

mindig teljesül. A bal oldalon rögzített γ mellett $|\operatorname{tg} \alpha| + |\operatorname{tg} \beta|$ legkisebb értéke $2 \operatorname{tg} \frac{\pi - \gamma}{2}$, hiszen α és β hegyesszögek, és a hegyesszögek tartományában a tangensfüggvény pozitív, növekvő és konvex. A γ tehát akkor és csak akkor jó, ha kielégíti a

$$2 \operatorname{tg} \frac{\pi - \gamma}{2} - \operatorname{tg} \gamma \geq 3\sqrt{3}$$

egyenlőtlenséget. Az $x = \operatorname{tg}(\gamma/2)$ jelöléssel azokat az x -eket keressük, amelyekre

$$x > 1 \quad \text{és} \quad \frac{2}{x} + \frac{2x}{x^2 - 1} \geq 3\sqrt{3}.$$

A harmadfokú egyenletek megoldásáta ismeretes Cardano-formulát használva azt kapjuk x -re, hogy $1,3090 \dots = x_0 \geq x > 1$, ahol x_0 jelöli a

$$\frac{2}{x} + \frac{2x}{x^2 - 1} = 3\sqrt{3}$$

egyenlet legnagyobb gyökét.

Mindent összevetve a γ tompaszög keresett értékei

$$105,248 \dots^\circ = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x_0 \geq \gamma > 90^\circ.$$