

I. megoldás. Legyen a háromszög súlypontja S . Használjuk az *ábra* további jelöléseit. Mivel az ASC háromszög derékszögű, és BG súlyvonal:

$$\frac{BG}{3} = SG = \frac{AC}{2}.$$

A BG súlyvonal legalább akkora, mint a háromszög AC -hez tartozó magassága, ezért a háromszög t területe így becsülhető: $t \leq \frac{AC \cdot BG}{2}$. Előbbi eredményünkkel $t \leq \frac{AC \cdot 3AC}{4} = \frac{3}{4}AC^2 < AC^2$. Tehát a terület mindig kisebb, mint AC^2 .

Kiss Zoltán (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., III. o.t.)

II. megoldás. Az AFC háromszög területe $\frac{3x \cdot 2z}{2} = 3xz$. Bármelyik súlyvonal a háromszöget két egyenlő területű részre osztja, tehát a háromszög területe:

$$(1) \quad t = 6xz.$$

A Pitagorasz-tétel szerint

$$AC^2 = 4x^2 + 4z^2, \quad \text{továbbá}(2)(2x - 2z)^2 = 4x^2 + 4z^2 - 8xz \geq 0.(3)$$

(3) alapján $4x^2 + 4z^2 \geq 8xz > 6xz$, hiszen x és z pozitív számok, amiből (1) és (2) szerint a háromszög területe kisebb, mint AC^2 .

Tóth Mariann (Debrecen, Fazekas M. Gimn., II. o.t.)

