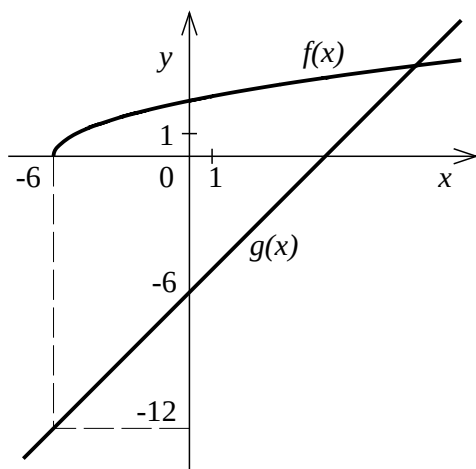


Ábrázoljuk az

$$f(x) = \sqrt{x+6} \quad (\text{ÉT: } x \geq -6) \quad \text{és a} \quad g(x) = x - 6 \quad (\text{ÉT: } x \in \mathbf{R})$$

függvényeket ugyanabban a koordináta-rendszerben.



Az egyenlőtlenség megoldás-halmazának elemei csak a -6 -nál nem kisebb valós szám közül kerülhetnek ki. $f(-6) = 0$, $g(-6) = -12$, tehát $x = -6$ -nál az egyenlőtlenség teljesül.

Mindkét függvény szigorúan monoton növekedő, de egy kis kezdeti szakaszt leszámítva $f(x)$ lassabban nő, mint $g(x)$. Számítsuk ki, hogy hol „éri utol” $g(x)$ az $f(x)$ -et. A

$$\sqrt{x+6} = x - 6 \quad (x \geq -6)$$

egyenlet „hagyományos” megoldása mindkét oldal négyzetre emelésével történik, amelynek révén következmény egyenletet kapunk. Az

$$x + 6 = (x - 6)^2$$

egyenlet gyökei között az eredeti egyenlet gyökeit (gyökeit) megtaláljuk, de hamis gyök is felléphet. (A négyzetre emelés nem ekvivalens átalakítás.) A kapott

$$x^2 - 13x + 30 = 0$$

másodfokú egyenlet gyökei: $x_1 = 10$, $x_2 = 3$. Ez utóbbi hamis gyök. Az eredeti egyenletet $x_1 = 10$ kielégíti, $x_2 = 3$ viszont nem.

Mindezek alapján az egyenlőtlenség megoldása:

$$-6 \leq x < 10.$$

Hegedűs Dalma (Siófok, Perczel Mór Gimn., I. o.t.)

Megjegyzés. Nagyon sokan beleestek a csapdába, mivel nem ellenőrizték a gyököket, így számukra nem derült ki, hogy a 3 hamis gyök. Talán könnyebben lelepleződik a hamis gyök, ha a $\sqrt{x+6} = x - 6$ egyenletet az

$$(x + 6) - \sqrt{x - 6} - 12 = 0$$

alakban írjuk. Ez $\sqrt{x+6}$ -ban másodfokú egyenlet. A megoldóképlet alapján

$$\sqrt{x+6} = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \begin{cases} 4, \\ -3. \end{cases}$$

Mivel $\sqrt{x+6} \geq 0$, azért csak $\sqrt{x+6} = 4$, vagyis $x = 10$ felel meg.