

Felhasználjuk *Pick tételét*, amely szerint *ha egy rácssokszög határán h , belsejében pedig b rácspont van, akkor a területe $T = b + \frac{h}{2} - 1$.* (Ennek bizonyítása megtalálható pl. Reiman István: *Fejezetek az elemi geometriából* című tankönyvében.)

A feladatban szereplő sokszögek esetén $b = 0$, mert a sokszöget határoló töröttvonal minden szereplő rácsponton pontosan egyszer áthalad, tehát a sokszög belsejében nincs rácspont. Ha a téglalap oldalai a és c , akkor a belsejében és a határán összesen $(a + 1) \cdot (c + 1)$ rácspont van, a töröttvonal ezek mindegyikén átmegy, tehát $h = (a + 1)(c + 1)$. Így a sokszög területe $T = \frac{(a + 1)(c + 1)}{2} - 1$. Ennek egész számnak kell lennie, mert a töröttvonal rácsegyenesek mentén halad, ezért bármely kis négyzet vagy teljesen benne van a sokszögben, vagy egyáltalán nincs. Ezért a és c közül legalább az egyik páratlan. Mivel $a \cdot c = 72$, így három lehetséges téglalappméret jöhet szóba: 1×72 , 3×24 és 9×8 . Egy páratlanszor páros oldalú téglalapba a *ábrán* látható módon mindig írható a feltételeknek eleget tevő sokszög, ezért a három eset mindegyike előfordulhat.

A töröttvonal által határolt sokszög területe tehát vagy $\frac{2 \cdot 73}{2} - 1 = 72$, vagy $\frac{4 \cdot 25}{2} - 1 = 49$, vagy pedig $\frac{10 \cdot 9}{2} - 1 = 44$.

Lippner Gábor (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján