

Jelöljük az ABC háromszög oldalainak harmadolópontjait az *1. ábrán* látható módon A_B , A_C , B_A , B_C , C_A és C_B -vel, súlypontját pedig S -sel. Mivel S harmadolja az ABC háromszög súlyvonalait, az AB_AC_A , BA_BC_B és CA_AB_C háromszögeket pedig megkaphatjuk az ABC háromszög megfelelő csúcsából történő $\frac{2}{3}$ arányú kicsinyítéssel, azért a B_AC_A , A_BC_B és A_CB_C szakaszok mindegyikének a felezőpontja S .

2. ábra

Egy K középpontú $-\frac{1}{2}$ arányú hasonlóság pontosan akkor viszi A -t az ABC háromszög belső pontjába, ha az AK egyenesre K -ból az A -val ellentétes oldalra $\frac{1}{2}AK$ -t felmérve az így kapott A'_K pont az ABC háromszög belső pontja (2. ábra). Ez pontosan akkor teljesül, ha az A -ból $\frac{2}{3}$ arányban kicsinyített A'_K pont az ABC háromszög kicsinyített képének, azaz $AB_A C_A$ -nak belső pontja. Tehát az A -ra vonatkozó feltételnek eleget tevő pontok az $AB_A C_A$ háromszög

belső pontjai. Ugyanígy láthatjuk be, hogy a B -re vonatkozó feltételnek eleget tevő pontok a $BA_B C_B$ háromszög belső pontjai, míg a C -re vonatkozó feltételnek azok a pontok *nem tesznek eleget*, amelyek a $CA_C B_C$ háromszög belső pontjai és határolópontjai. Tehát a C -re vonatkozó feltételnek a $CA_C B_C$ háromszögön kívül eső pontok tesznek eleget.

Mindhárom feltételnek tehát az $A_B B_A S$ háromszög belső pontjai tesznek eleget. Megfelelő oldalaik párhuzamossága miatt az $A_B B_A S$ és az ABC háromszögek hasonlóak, a hasonlóság aránya $\frac{A_B B_A}{AB} = \frac{1}{3}$, ezért a területeik aránya $\frac{1}{9}$.

Tehát a keresett K pontok az ABC háromszög területének $\frac{1}{9}$ -ét teszik ki.