

Első megoldás.

A szerkesztés alapja az, hogy a félkör alapon nyugvó kerületi szög derékszög. Ha tehát én a P -t és Q -t összekötő egyenest felezem, s a felezési pontból, mint középpontból a felezett távolsággal, mint sugárral kört rajzolok, akkor ezen kör bármely pontjából kiinduló és a P és Q pontokon átmenő két egyenes derékszöget zár be. A két kör metszési pontjában lesz a keresett háromszög derékszögének csúcspontja, miből önként következik, hogy a feladat csak akkor oldható meg, ha $P - Q$ távolság fele nagyobb, mint a $Q - P$ vonalnak a kör kerületétől való távolsága, s ha a P és Q pontok a körön belül vannak.

Seidner Mihálynak a math. és phys. társulat I. versenyén az I. b. Eötvös-díjjal jutalmazott dolgozata.

Második megoldás.

A p és q pontokat összekötő pq egyenes a körbe rajzolt derékszögű 3-szög befogóinak ama részeivel, melyek a derékszög felé esnek, egy kisebb derékszögű 3-szöget alkot, melynek átlója pq .

Az adott p és q pontokon át úgy szerkesztünk derékszögű háromszöget, hogy a pq egyenes felező pontjából $\frac{pq}{2}$ sugárral kört rajzolunk. E kör geometriai helye lesz oly derékszögű 3-szög csúcspontjainak, melyeknek átfogója pq . Minthogy pedig egy adott körbe rajzolt derékszögű 3-szög kerestetik, keresett csúcspont az adott körvonal és a rajzolt $\frac{pq}{2}$ sugarú körvonal két metszéspontja lesz. A csúcspontokból a p és q pontokon keresztül menő s az adott kör kerületéig terjedő egyenesek lesznek a keresett derékszögű háromszögek befogói.

A keresett háromszöget itt ABC és $A'B'C'$.

Ha p és q pontok olyan helyzetet foglalnak el, hogy a rajtok keresztül haladó $\frac{pq}{2}$ sugarú kör nem metszi az adott kört, a megoldás lehetetlen. E két kör pedig nem metszi egymást akkor, ha

$$OO' > r + \frac{pq}{2} \quad 1)$$

$$OO' > r - \frac{pq}{2} \quad 2)$$

OO' jelenti az adott kör középpontjának a pq egyenes felező pontjától való távolságát, r az adott kör sugarát.

Ha p és q a kör kerületén belül fekszik, s a megfejtésre nézve kedvező helyzetet foglal el, akkor a két derékszögű 3-szög befogói tényleg átmennek a két ponton; ha pedig a két pont a kerületen kívül fekszik, akkor a befogók meghosszabbításai. Ha a két pont az adott kör kerületébe esik, végtelen számú megoldás van.

Pap Pálnak a math. és phys. társulat I. versenyén a II. b. Eötvös-díjjal jutalmazott dolgozata.