

Tudjuk, hogy a k ütközési szám az ütköző testek ütközés előtti, illetve utáni impulzusainak hányadosa tömegközépponti rendszerből nézve. Mivel a Hold sokkal nagyobb tömegű, mint a labda, ezért a tömegközépponti rendszer állónak vesszük a Holdhoz képest. Így a v sebességgel a felszínnek ütdő labda $v' = kv$ sebességgel pattan vissza.

A labda két lepattanás között egyenes vonalú egyenletesen (g gyorsulással) változó mozgást végez, így ha v_1 sebességgel indul fölfelé, akkor $t_1 = 2v_1/g$ idő múlva ér újra a talajra. A fentiek szerint ezután $v_2 = kv_1$ sebességgel indul felfelé, így a következő lepattanásig $t_2 = 2v_2/g = kt_1$ idő telik el. Hasonlóan a harmadik földetérés $t_2 = kt_2 = k^2t_1$ idő múlva lesz a második után, stb.

A két lepattanás közt eltelt idők tehát csökkenő mértani sorozatot alkotnak, így bár végtelen sokszor lepattan a labda, a pattogás összideje véges lesz. A mértani sorok összegképlete alapján a pattogás ideje az első lepattanástól számítva:

$$(1) \quad T_1 = t_1 \frac{1}{1-k}.$$

H magasságból $t_0 = \sqrt{2H/g}$ idő alatt esik le az elejtett test. Ez az esés egy fél pattanásnak felel meg, így $t_1 = 2t_0 \cdot k$. Az elejtéstől számítva tehát

$$(2) \quad T = t_0 + \frac{t_1}{1-k} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \frac{1+k}{1-k}$$

idő múlva áll meg a labda. A feladat értékeivel és $g = 1,66 \text{ m/s}^2$ -tel számolva $T = 14 \text{ s}$. Fejezzük ki k -t a közvetlenül mérhető adatokkal:

$$k = \frac{T - t^*}{T + t^*},$$

ahol t^* pontosan megadható H és g ismeretében a (2) összefüggés alapján. k mérésének relatív hibáját T mérési hibája okozza:

$$\delta k = \frac{\Delta T}{T - t^*} + \frac{\Delta T}{T + t^*} = \frac{\Delta T}{T} \left(\frac{1}{1 - t^*/T} + \frac{1}{1 + t^*/T} \right) = \delta T \frac{(1+k)^2}{2k}.$$

Látható, hogy k kis értékeinél T -t – bár egyre csökken – egyre nagyobb relatív pontossággal kell mérnünk.

A Holdon eltekinthettünk a közegellenállástól, ezt a Földön nem tehetjük meg. Bolygónkon tehát vagy légritkított térben, vagy kis keresztmetszetű, nagy sűrűségű labdával kell mérnünk, és törekedni kell arra, hogy a fellépő sebességek kicsik legyenek. Az utóbbit úgy biztosíthatjuk, hogy H -t kicsire választjuk, ekkor viszont T csökken, így pontatlanabbul mérhető. Ez, mint láttuk, különösen kis k esetén okoz problémát.

Kóczán György (Pécs, Nagy L. Gimn., III. o. t.)
dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. Feltettük, hogy a labda akármilyen piciket tud pattanni, így összegeztük a végtelen mértani sort. Ez a valóságban nincs így, hisz az ütközéskor a labda behorpad, majd a nem teljesen rugalmas alakváltozás löki vissza. Egy bizonyos határ alatta labda már nem is emelkedik fel újra, csak rezeg még egy ideig. Ha ez az n -edik pattanáskor következik be, akkor a véges mértani sorok összegképlete szerint a fenti T_1 érték $T'_1 = t_1(1 - k^n)/(1 - k)$ lesz.

n adatok hiányában csak becsülhető. Az i -edik lepattanás után Hk^{2i} magasra emelkedik a labda. Ha ez az érték annak a behorpadásnak a nagyságrendjébe esik, amit a labda saját súlya okoz, akkor már nem ugrik fel a labda.

2. T mérésénél technikai jellegű probléma annak megállapítása, hogy mikor áll le a pattogás.

A Földön hanghatás alapján megállapítható a megállás pillanata; ez jól megfigyelhető pl. egy pingponglabdánál. A Holdon nincs légkör, így hang se, de a következő két módszer itt is használható: Valamilyen *rezgésérzékelővel* (pl. piezoelektromos kristállyal) érzékeljük a lap rezgéseit, az így kapott jeleket akár számítógéppel is feldolgozhatjuk. Súroló fényben a labda árnyéka 10–20-szor nagyobbakat ugrál, mint a labda, így ezzel is pontosan mérhetünk.