

**I. megoldás.** Jelöljük az eredeti helikopter súlyát  $G$ -vel, a rotorja által súrolt területet  $A$ -val, a rotor sugarát, szögsebességét és átlagos sebességét pedig  $r$ -rel,  $\omega$ -val és  $v$ -vel. A másik, kicsinyített helikopternél ugyanezen mennyiségek legyenek  $G'$ ,  $A'$ ,  $r'$ ,  $\omega'$  és  $v'$ .

Amennyiben  $r' = r/2$ , úgy  $A' = A/4$  és  $G' = G/8$ . (Feltételezzük, hogy a kicsinyített modell ugyanolyan anyagból készült, mint az eredeti, emiatt az átlagos sűrűségük megegyezik.) Mindkét „lebegő” helikopternél fennáll az, hogy a forgásban levő rotor által létrehozott emelőerő egyenlő a helikopter súlyával.

Vajon miből származik az emelőerő és hogyan fejezhető ki a helikopter adataival? A rotorok felgyorsítják (mintegy maguk alá lökik) a felettük levő, kezdetben álló levegőt, tehát függőlegesen lefelé irányuló lendületet adnak neki. A felgyorsított levegő sebessége feltehetően arányos  $v$ -vel. (Az arányossági tényező nyilván függ a rotor lapátjának alakjától, de mindkét helikopterre ugyanakkora.) Bizonyos  $\Delta t$  idő alatt  $A$  keresztmetszeten  $Av\Delta t$ -vel arányos térfogatú levegő áramlik lefelé. Ennek a levegőmennyiségnek az impulzusa  $Av^2\Delta t$ -vel arányos, a levegő felgyorsításához szükséges függőleges erő (időegységre vonatkoztatott impulzusváltozás) tehát  $Av^2$ -tel arányos. A hatás-ellenhatás törvénye szerint ugyanekkora nagyságú erőt fejt ki a levegő is a helikopterre. Az emelőerő és a súly egyenlőségéből

$$\frac{G'}{G} = \frac{A'v'^2}{Av^2},$$

ahonnan a korábban felírt összefüggéseket is felhasználva  $v' = v/\sqrt{2}$ , valamint  $\omega' = \sqrt{2}\omega$  adódik. A kicsinyített modell rotorjának tehát kisebb kerületi sebességgel, de nagyobb szögsebességgel kell forognia, mint az eredetinek.

A helikopter motorja által leadott mechanikai teljesítmény a szükséges  $M$  forgatónyomaték és a rotor szögsebességének szorzataként számítható ki:  $P = M\omega$ . A forgatónyomaték a rotorra ható közegellenállási erővel (tehát  $Av^2$ -tel) és a rotor  $r$  sugarával arányos. (A jelölheti a rotorlapátok egyes részeinek mozgásirányú keresztmetszetét, de a rotor által súrolt területet is, hiszen arányos kicsinyítésnél ezek ugyanolyan mértékben csökkennek.) Így a kérdéses teljesítményarány:

$$\frac{P'}{P} = \frac{A'v'^2r'\omega'}{Av^2r\omega} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{2^{3,5}} = 0,088.$$

A kicsinyített modell motorjának teljesítménye tehát az eredetiének mindössze 9 százaléka kell legyen.

*Boja Bence* (Budapest, Árpád Gimn., 12. évf.), *Kardos Gábor* (Heves, Eötvös J. Gimn., 12. évf.) és *Sarlós Ferenc* (Baja, III. Béla Gimn., 12. évf.) dolgozata alapján

**II. megoldás.** Próbáljuk megtalálni azokat a paramétereket, melyektől egy adott helikopter lebegéséhez szükséges  $P$  teljesítmény függ. Nyilvánvaló, hogy ezek között szerepelnie kell a  $g$  gravitációs állandónak, a helikopter jellemző  $L$  hosszúságának. (A helikopter tömege, a rotorlapátok hossza és hasznos felülete már kifejezhető ezekkel az adatokkal.) A teljesítmény természetesen függ még a helikopter (átlagos)  $\varrho_h$  sűrűségétől, valamint a környező közeg (jelen esetben a levegő)  $\varrho_l$  sűrűségétől is.

Ésszerű feltételezni, hogy a szükséges teljesítmény (legalábbis közelítőleg) csak a felsorolt paraméterektől függ és

$$P = c \cdot g^\alpha \cdot L^\beta \cdot \varrho_h^\gamma \cdot \varrho_l^\delta$$

alakú összefüggésből számítható ki (ahol  $c$  egy dimenziótlan állandó). A két oldal mértékegységeinek meg kell egyeznie:

$$\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3} = \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^\alpha \cdot \text{m}^\beta \cdot \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)^\gamma \cdot \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)^\delta.$$

A kitevők alapegységeként egyenlők:

$$\gamma + \delta = 1, \alpha + \beta - 3(\gamma + \delta) = 2, -2\alpha = -3.$$

Ennek az egyenletrendszernek a megoldása:  $\beta = \frac{7}{2}$ , továbbá  $\alpha = \frac{1}{2}$  és  $\gamma = 1 - \delta$ .

Azt kaptuk tehát, hogy a helikopter lebegéséhez szükséges teljesítmény a lineáris méret  $\frac{7}{2}$ -ik hatványával arányos, a felére kicsinyített helikopter tehát  $2^{-3,5} = 0,088$ -szoros teljesítménnyel képes fenntartani magát.

*Kormos Márton* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., 12. évf.)

*Megjegyzések.* 1. A motorok hatásfokának egyik fontos jellemzője a motor által leadott teljesítmény és a motor tömegének aránya. Amennyiben a helikopter motorját is a többi lineáris mérettel arányos mértékben kicsinyítjük, a motor tömege nyolcadára, a szükséges teljesítmény viszont ennél nagyobb mértékben csökken. Eszerint a kisebb repülő szerkezet lebegéséhez rosszabb hatásfokú motor is elegendő. Fordítva: minél nagyobb méretű (levegőnél nagyobb sűrűségű) testet akarunk helikopter-elven lebegtetni, annál jobb hatásfokú motorra van szükségünk. Hasonló okok magyarázhatják azt a tényt, hogy az evolúció során pl. a legyek nem nőttek emberméretűre, hiszen méretarányosan felnagyítva őket képtelenek volnának repülni. Ugyancsak szembevetendő a legnagyobb repülő állatok és a legnagyobb szárazföldi gerincesek (pl. a sas és az elefánt) közötti nagyon nagy térfogat-, illetve tömegkülönbség.

*Zawadowski Ádám* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. évf.)

2. A II. megoldásban leírt dimenzióanalízis módszerével a  $\gamma$  és  $\delta$  kitevőknek csak az összegét tudtuk megadni. Ha azonban azt is figyelembe vesszük, hogy a helikopter sűrűsége csak  $g$ -vel szorozva jelenhet meg a teljesítmény képletében (hiszen a mozdulatlan helikopternek nem a tehetetlen tömege, hanem csak a súlya kaphat csak szerepet), úgy a  $\gamma = \alpha$  megszorítást kapjuk, ahonnan  $\gamma = \frac{3}{2}$  és  $\delta = -\frac{1}{2}$  adódik. Ezek szerint a teljesítmény formulája:

$$P \propto (L^3 \varrho_h g) \cdot \sqrt{Lg} \cdot \sqrt{\frac{\varrho_h}{\varrho_l}}.$$

Ebben a képletben az első (zárójeles) tényező a helikopter súlyával arányos, a második egy helikopternyi magasságból szabadon eső test végsebessége, a harmadik tényező pedig dimenziótlan (kb 100-as nagyságrendű) számfaktor, amely csak a sűrűségarányoktól függ.

Földi körülmények között csak  $L$ -t és  $\varrho_h$ -t lehet változtatni, az űrkutatásban (parányi automata repülő felderítő eszközök tervezésénél) azonban fontos lehet annak ismerete is, hogy miként függ  $P$  a nehézségi gyorsulástól, illetve a környező közeg sűrűségétől.

(G. P.)