

Egyensúly akkor alakul ki, amikor a nehézségi erő O pontra vonatkoztatott forgatónyomatéka megegyezik a felületi feszültségből származó erő forgatónyomatékával. Jelöljük σ -val a felületi feszültséget, m -mel pedig a tű tömegét! Az 1. ábráról leolvashatjuk, hogy a nehézségi erő forgatónyomatéka

$$(1) \quad M_1 = mga \sin \alpha,$$

a felületi erőké pedig

$$M_2 = \frac{\sigma a^2}{\cos^2 \alpha} ha$$

$$\alpha \leq 45^\circ; \frac{\sigma a^2}{\sin^2 \alpha ha} \alpha \geq 45^\circ. (2)$$

Az egyensúly feltétele: $M_1 = M_2$, amely egyenletet pl. grafikusan oldhatjuk meg. Osszuk el M_1 -t is és M_2 -t is σa^2 -tel, majd ábrázoljuk ezeket a mennyiségeket α függvényében. Célszerű bevezetni az $(mg)/(\sigma a)$ mennyiségre a K jelölést. Ez a dimenziótlan szám azt jelzi, hogy mekkora a gravitációs erő és a felületi erők aránya. Az egyensúlyi helyzetet jellemző α szög nyilván függ K értékétől.

Ha $K < 1$, akkor a gravitációs erő forgatónyomatéka mindig kisebb, mint a felületi erőké, a tű tehát egészen $\alpha = 90^\circ$ -ig emelkedik, s ott a keret felső szélébe ütközve kerülhet csak egyensúlyba (2.a ábra). Ha $K > 1$ (de nem sokkal nagyobb 1-nél), akkor 45° és 90° között találunk egy S egyensúlyi helyzetet (2.b ábra). Ez *stabil* egyensúlyi helyzet, hiszen ha egy kicsit megnöveljük α -t, a nehézségi erő lefelé húzó forgatónyomatéka nagyobb lesz, mint a felületi erők felfelé húzó nyomatéka, a tű tehát visszatér az egyensúlyi állásába.

Tovább növelve K -t, kb. 2,6 értéknél megjelenik egy újabb egyensúlyi helyzet $\alpha_0 \approx 35,3^\circ$ -nál (2.c ábra), ez azonban *instabil*. Ha $K > 2,6$, akkor egy újabb stabil S és egy instabil I egyensúlyi helyzetet találunk (2.d ábra), majd ha $K > 2,8$, már csak egyetlen stabil helyzet marad (2.e ábra).

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a tű csak az $\alpha < \alpha_0 = 35,3^\circ$ és a $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ intervallumokban lehet stabil egyensúlyban, α_0 és 45° között a helyzete instabil.

Vukics András (Nagykanizsa, Batthyány L. Gimn., IV. o.t.), Zawadowski Ádám (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Differenciálszámítás segítségével be lehet látni, hogy $\alpha_0 = \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$.



