

a) Ha az A pontnál elvágjuk a rugót, a rúd a kezdetben álló és nem is gyorsuló B pont körül gyorsuló forgómozgásba kezd (1. ábra).

Mivel az m tömegű, l hosszúságú homogén rúd tehetetlenségi nyomatéka a végpontjára vonatkoztatva $\Theta = ml^2/3$, a forgómozgás alapegyenletéből a szöggyorsulás kiszámítható:

$$mg\frac{l}{2} = \Theta\beta, \quad \text{ahonnan} \quad \beta = \frac{3g}{2l},$$

Eszerint a tömegközéppont gyorsulására $a_T = 3g/4$, az A pont gyorsulása pedig $a_A = 3g/2$, mindkettő függőlegesen lefelé irányul.

b) Ha a B pontnál elvágjuk a fonalat, a rúdra a nehézségi erő és a rugó által kifejtett erő hat. Ez utóbbi $mg/2$ nagyságú, hiszen a rugóerő a rugó megnyúlásától függ, a rugó pedig kezdetben még ugyanolyan hosszú, mint az elvágás előtt volt (*2. ábra*).

A rúd tömegközéppontja most az eredő $mg - mg/2$ erő hatására $a_T = g/2$ gyorsulással fog lefelé mozogni. A

forgómozgás egyenletét a tömegközéppontra felírva

$$\frac{mg}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{12}ml^2 \cdot \beta, \quad \text{ahonnan} \quad \beta = 3\frac{g}{l}.$$

(Vigyázat: az A pont most maga is gyorsul, emiatt nem tekinthető pillanatnyi forgási középpontnak!) A tömegközépponthoz képest a végpontok $l\beta/2 = 3g/2$ gyorsulással mozognak, az A pont tehát összességében $a_A = -g$ gyorsulással mozog (tehát felfelé), a B pont pedig $a_B = 2g$ gyorsulással (lefelé).

Érdekes, hogy a gyorsulások kiszámításánál a rúd hosszának számértékére nem volt szükségünk.

Több dolgozata alapján

Megjegyzés. Meglepőnek tűnhet, hogy a rúd kezdeti gyorsulása függ attól, hogy a fonalat vagy a rugót vágjuk el, hiszen a fonál is tekinthető egy (igen nagy rugóállandójú) rugónak. A látszólagos ellentmondás feloldását az időtartamok pontosítása, a „kezdeti” gyorsulás fogalmának átgondolása adhatja meg. A megoldás során kihasználtuk, hogy a rugóerő nem változhat meg pillanatszerűen, csak bizonyos idő alatt, mialatt a rugó hossza is meg tud változni. Ugyanakkor a fonálerőre nem tettünk ilyen kikötést, annak nagyságát „azonnal” megváltozni képesnek tételeztük fel. A valóságban a fonálerő változását is a fonál hosszának kicsiny változása okozza, ehhez pedig idő kell, de ez az idő sokkal rövidebb, mint a rugónál, emiatt minden reális esetben figyelmen kívül hagyhatjuk.