

Az A , B és C gombostűk a prizmán keresztül akkor látszódnak egy vonalban, ha egy fénysugár a prizmában megtörve az A , B , D , C pontokat érintve jut a szemünkbe (lásd az *ábrát*). Kezdetben $AK = CM$, vagyis szimmetrikus a sugármenet ($BD \parallel KM$). Ekkor az ábrán jelölt beesési és törési szögekre $\beta_1 = \beta_2 = 30^\circ$ és $\sin \alpha_{1,2} = n \sin \beta_{1,2}$ alapján

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 48,6^\circ$$

Az ABK háromszögben $BK = 4$ cm, így a szinusztétel alapján

$$\frac{AK}{\sin(90^\circ - \alpha_1)} = \frac{BK}{\sin(60^\circ + \alpha_1)}, \quad \text{ahonnan} \quad AK = 2,79 \text{ cm.}$$

Ha az AK távolságot megnöveljük (tehát az A gombostűt A' -be helyezzük át), de a B pontot helyben hagyjuk, a C gombostűt C' -be kell áthelyeznünk ahhoz, hogy a gombostűk újra fedésbe kerüljenek. Ekkor a fénysugár az A' , B , D' , C' útvonalon jut a szemünkbe. $A'K = AK + 2 \text{ mm} = 2,99 \text{ cm}$, és az $A'BK$ háromszögben a szinusztétel alapján

$$\frac{A'K}{\sin(90^\circ - \alpha'_1)} = \frac{BK}{\sin(60^\circ + \alpha'_1)}, \quad \text{ahonnan} \quad \alpha'_1 = 43,3^\circ$$

A prizma egyenletei szerint:

$$\begin{aligned} \sin \alpha'_1 &= n \sin \beta'_1, & \beta'_1 + \beta'_2 &= 60^\circ, & n \sin \beta'_2 &= \sin \alpha'_2, \\ \text{ahonnan} \quad \beta'_1 &= 27,2^\circ; & \beta'_2 &= 32,7^\circ; & \alpha'_2 &= 54,3^\circ. \end{aligned}$$

A BDD' háromszögben a $BD = \frac{KM}{2} = 4$ cm, így a szinusztétel szerint:

$$\frac{BD}{\sin(90^\circ - \beta'_2)} = \frac{DD'}{\sin(\beta_1 - \beta'_1)}, \quad \text{innen} \quad DD' = 0,23 \text{ cm.}$$

Végül a $C'D'M$ háromszögben $D'M = DM - DD' = 4 \text{ cm} - 0,23 \text{ cm} = 3,77 \text{ cm}$, és a szinusztétel alapján:

$$\frac{C'M}{\sin(90^\circ - \alpha'_2)} = \frac{D'M}{\sin(60^\circ + \alpha'_2)}, \quad \text{ahonnan} \quad C'M = 2,41 \text{ cm.}$$

Tehát a CM távolságot $CC' = CM - C'M = AK - C'M = 2,79 \text{ cm} - 2,41 \text{ cm} \approx 3,8 \text{ mm}$ -rel kell csökkenteni ahhoz, hogy az A' , B , C' gombostűk ismét fedésbe kerüljenek.

Major Zsuzsanna (Stuttgart, Friedrich-Eugens-Gymnasium, IV. o.t.) dolgozata alapján

