

A feladatban megadott mennyiségekre vezessük be a következő jelöléseket: $U = 220 \text{ V}$, $P = 100 \text{ W}$, $\rho_e = 9 \cdot 10^{-5} \text{ } \Omega\text{cm}$, $\rho_P = 152 \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$, $\rho_m = 19 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Legyen a volfrámszál hossza l és keresztmetszetének sugara r . A megadott teljesítményből és a teljesítménysűrűségből meghatározható a volfrámszál felszíne, ami kifejezhető a szál geometriai adataival is:

$$2r\pi l = \frac{P}{\rho_P}.$$

A szál ellenállása is meghatározható a teljesítményből és a rákapcsolt feszültségből, de a fajlagos ellenállásából és a geometriai adataiból is:

$$R = \rho_e \frac{l}{r^2\pi} = \frac{U^2}{P}.$$

Ebből a két egyenletből már r és l meghatározható:

$$r^3 = \frac{P^2 \rho_e}{U^2 \rho_P \cdot 2\pi^2}, \quad \text{illetve} \quad l^3 = \frac{U^2 P}{\rho_e \rho_P^2 \cdot 4\pi}.$$

A szál tömege:

$$m = r^2 \pi l \rho_m = \left(\frac{P^2 \rho_m}{U^2 \rho_P \cdot 2\pi^2} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{U^2 P}{\rho_e \rho_P^2 \cdot 4\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \pi \rho_m = \left(\frac{P^5 \rho_e}{U^2 \rho_P^4 \cdot 16\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} \rho_m.$$

Ide behelyettesítve, a lámpa izzószálának tömegére

$$m \approx 11,5 \text{ mg}$$

adódik. (A behelyettesítésnél a mértékegységekre ügyelni kell: az Ωcm -t át kell számolni Ωm -be, a W/cm^2 -t pedig W/m^2 -be.)

Tóth Gábor Zsolt (Budapest, Árpád Gimn., IV. o.t.)