

a) Súrlódásmentes esetben (vízszintes erők hiányában) a rendszer tömegközéppontja csak függőlegesen mozdulhat el. Kis kitérítés esetén a tömegközéppont függőleg irányban csak nagyon kicsit (másodrendűen kicsit) mozdul el, emiatt a gyorsulása is hasonlóan kicsi, tehát a rá ható erők eredőjének függőleges összetevője jó közelítéssel nulla kell legyen. Innen következik, hogy a talaj által az abroncsra kifejtett erőt közelítőleg $2mg$ -nek vehetjük (1. ábra).

A tömegközéppont körüli forgómozgás egyenlete: $M = \Theta\beta$, ahol $\Theta = 3mr^2/2$ (Steiner-tétel), a forgatónyomaték pedig

$$M \approx -2mg \cdot \frac{r}{2} \sin \alpha \approx -mgr\alpha.$$

Eszerint

$$\beta = -\frac{2g}{3r} \cdot \alpha, \quad \text{ahonnan} \quad T_a = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}.$$

b) Tiszta gördülés esetén valamekkora S súrlódási erő hatására a tömegközéppont vízszintes irányban a gyorsulással fog mozogni. A függőleges gyorsulást most is elhanyagoljuk, emiatt a síklap által kifejtett függőleges erő $2mg$ -nek vehető (2. ábra).

A vízszintes irányú mozgás és a tömegközéppont körüli forgás egyenletei

$$S = 2ma, \quad \text{illetve} \quad -S\frac{r}{2} - 2mg\frac{r}{2}\alpha = \frac{3}{2}mr^2\beta,$$

a tiszta gördülés kényszerfeltétele pedig $a = r\beta/2$. (Kihasználtuk, hogy kicsiny szögeknél $\sin \alpha \approx \alpha$.) Ezekből az egyenletekből

$$\beta = -\frac{g}{2r} \cdot \alpha, \quad \text{ahonnan} \quad T_b = 2\pi\sqrt{\frac{2r}{g}}.$$

Perényi Márton (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., IV. o.t.) dolgozata alapján

